

## Druckbeanspruchte Fachwerkstäbe mit exzentrischen Knotenblechanschlüssen (Teil 1 + 2)

Horst Dietz  
Markus Wörner



# Druckbeanspruchte Fachwerkstäbe mit exzentrischen Knotenblechanschlüssen – Teil 1

Im Zusammenhang mit einem schweren Baustellenunfall, bei dem die Schadensursache auf einen mit exzentrisch gestoßenen Knotenblechen angeschlossenen Fachwerkstab zurückgeführt wurde, sind im Nachgang hierzu Fragen hinsichtlich einer ausreichenden Stabilitätsbemessung mit Erfassung der wesentlichen Einflüsse aus den Anschlussbereichen aufgetreten. Dazu zählen Auswirkungen infolge Steifigkeitsabfall und Blechexzentrizitäten, Imperfektionsannahmen sowie der Ansatz der maßgebenden Biegeknickfigur. Der nachfolgende Beitrag beschäftigt sich mit grundsätzlichen Überlegungen und gibt Hinweise und Anregungen für die praktische Bemessung.

## Trussed compression members with excentric junction plates.

After a serious accident at a construction site, which cause was attributed to a trussed compression member jointed with excentric junction plates, questions occurred, concerning a sufficient design for stability considering effects related to the joint. Those effects include consequences due to a loss of stiffness and excentricity of junction plates, estimated imperfections and the decisive buckling mode. The following article deals with basic thoughts about the topic and gives advices and suggestions for a practical design.

## 1 Einleitung

Druckbeanspruchte Fachwerkstäbe mit exzentrisch gestoßenen Knotenblechen finden vom üblichen Stahlhochbau bis zum schweren Industriebau Anwendung. In Dach- und Wandverbänden von Stahlhallen oder in Abfangekonstruktionen des Kraftwerkbaues werden Anschlüsse mittels sich in Teilbereichen überlappenden Blechen hergestellt. Die Verbindung der Bleche untereinander erfolgt üblicherweise durch Schweiß- oder Schraubenverbindungen.

Bild 1 zeigt Fachwerkstäbe mit einfachen und gespreizten (doppelten) Anschlüssen mittels exzentrisch und mittig gestoßener Knotenbleche in schematischer Darstellung. In der Beanspruchungs- bzw. Ausweichrichtung senkrecht zu den Anschlussblechen ist in der Regel im Anschlussbereich der Länge  $l_K$  eine deutlich geringere Biegesteifigkeit vorhanden als im Reststab mit der Länge  $2l_S$ . Die exzentrisch gestoßenen Bleche erhalten aufgrund der konstruktionsbedingten Exzentrizität  $e_K$  (Bild 2) planmäßig Biegebeanspruchungen. Der Reststab erhält gegebenenfalls Biegemomente infolge einer möglichen Ausmitte  $e_S$ , dem Abstand der Auflagerwirkungslinie zur Systemlinie.

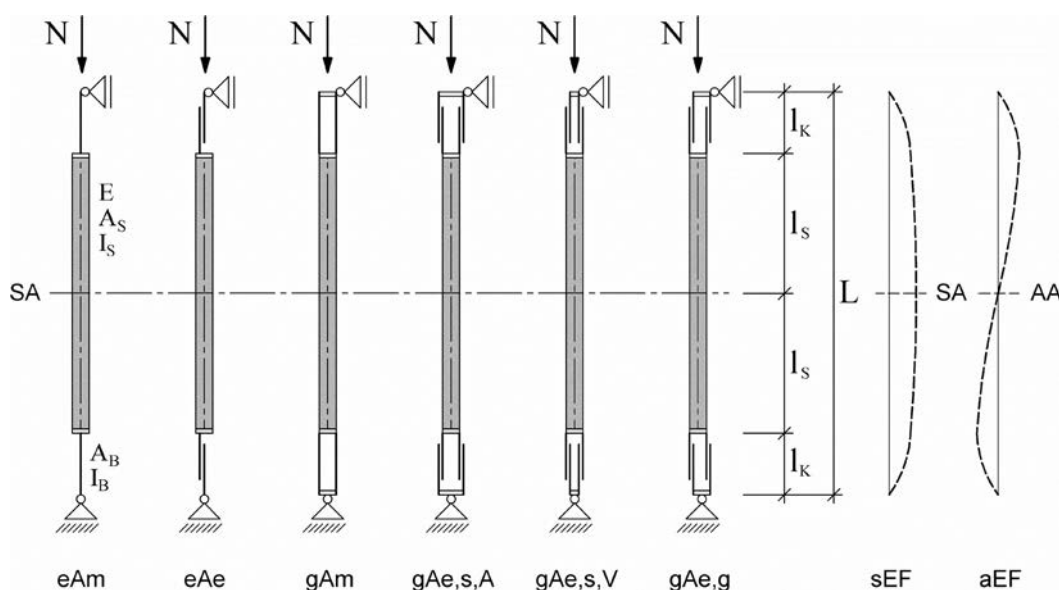


Bild 1. Schematische Darstellung von Fachwerkstäben mit einfachen und gespreizten Anschlüssen mittels (exzentrisch) gestoßener Knotenbleche und mögliche Biegeknickfiguren senkrecht zu den Knotenblechen

Fig. 1. Schematic view of truss members with single joints and spreaded joints with (excentric) jointed plates and potential buckling modes perpendicular to the junction plates

Die prinzipielle Ausbildung von einfachen Knotenblechanschlüssen ist in Bild 2a (mittig) und Bild 2b (exzentrisch) sowie von gespreizten (doppelten) Knotenblechanschlüssen in Bild 2c (mittig) und in den Bildern 2d bis 2f (exzentrisch) dargestellt. Bei den Letztgenannten ist noch zwischen symmetrischer (Bilder 2d und 2e) und gleichgerichteter (Bild 2f) Anordnung der Knotenbleche zu unterscheiden. Bei der symmetrischen Anordnung ist eine Aufweitung (Bild 2d) oder eine Verjüngung (Bild 2e) zum Auflagerbereich hin möglich.

Findet die Bemessung des druckbeanspruchten Fachwerkstabes nur am statischen Modell des *Eulerfalles II* (Bild 4) – beidseits gelenkiger Fachwerkstab mit der Systemlänge  $L$  und dem konstanten Flächenträgheitsmoment  $I_S$  – statt, bleiben die oben beschriebenen Steifigkeitsabminderungen sowie die in den Blechen und im Reststab möglichen planmäßigen Biegebeanspruchungen unberücksichtigt. Dieses Vorgehen kann entsprechend der konkreten Ausführung zu einer drastischen Überschätzung der Tragsicherheit des Gesamtstabes führen. Bei der Erfassung aller Einflüsse ergibt sich ein Abfall der Tragsicherheit, der in der Regel bemessungsrelevant ist und nicht vernachlässigt werden darf.

In den nachfolgenden Untersuchungen wird der Einfluss der Biegemomente in den Knotenblechen und im Reststab sowie der Steifigkeitsabfall in den Anschlussbereichen auf die Tragsicherheit des Fachwerkstabes betrachtet. Darüber hinaus wird neben der symmetrischen Eigenform (sEF) der Knickfigur auch die antimetrische Eigenform (aEF) bei der Ermittlung der idealen Knicklast berücksichtigt (vgl. Bild 1).

Der im Bild 2 grau hinterlegt dargestellte Ersatzstab im Auflagerbereich steht stellvertretend für die anschließende Konstruktion, welche bei der gespreizten Ausführung die Knotenbleche miteinander verbindet. Eine weitere Kopplung oder gegenseitige Aussteifung der Bleche

ist nicht vorhanden. An dem Ersatzbalken befindet sich die Auflagerendbedingung des Fachwerkstabes (gelenkige Lagerung).

Ausgeführte Knotenblechanschlüsse sind in [1], [6], [7] und [8] fotografisch dargestellt. Auf eine weitere Dokumentation wird hier verzichtet.

## 2 Hintergrund

Bei einem schweren Baustellenunfall, bei dem ein Fachwerkträger als Montagegerüst eingestürzt war, wurde die Schadensursache auf ein „ungewöhnliches Stabilitätsproblem“ einer Druckstrebe zurückgeführt. Das vorgefundene Verformungsbild (Schadensbild) der Druckstrebe deckte sich zweifelsfrei mit einer antimetrischen Eigenform. Der zugehörige Fachaufsatz „Ein ungewöhnliches Stabilitätsproblem verursacht Schadensfall“ ist in der Zeitschrift Stahlbau 12/2008 [1] abgedruckt. Eine Zuschrift hierzu befindet sich im Heft 12/2009 [2].

Bei der versagten Druckstrebe handelte es sich um einen Fachwerkstab mit gespreizten Anschlüssen mittels exzentrisch gestoßener Knotenbleche, die nicht gegeneinander abgestützt waren. Die Beschädigungen an der Konstruktion mit der vorhandenen antimetrischen Biegeknickfigur, welche mit Hilfe einer linearen Stabilitätsanalyse am FE-Modell als maßgebende Eigenform bestätigt wurde, fordert eine besondere Beachtung bei den nachfolgenden Analysen. Beim trivialen *Eulerfall II* beträgt die Verzweigungslast der antimetrischen Eigenform das 4-Fache der maßgebenden symmetrischen Eigenform. Dies kann jedoch nicht auf den Fachwerkstab mit geringeren Steifigkeiten in den Anschlussbereichen übertragen werden.

In [1] wird ein „lokales Ersatzknickstabmodell zur rechnerischen Überprüfung der Beulsicherheit“ vorgeschlagen. Bei diesem Ersatzsystem wird nur der Steifigkeitseinfluss aus dem Anschlussbereich der Knotenbleche erfasst. Der

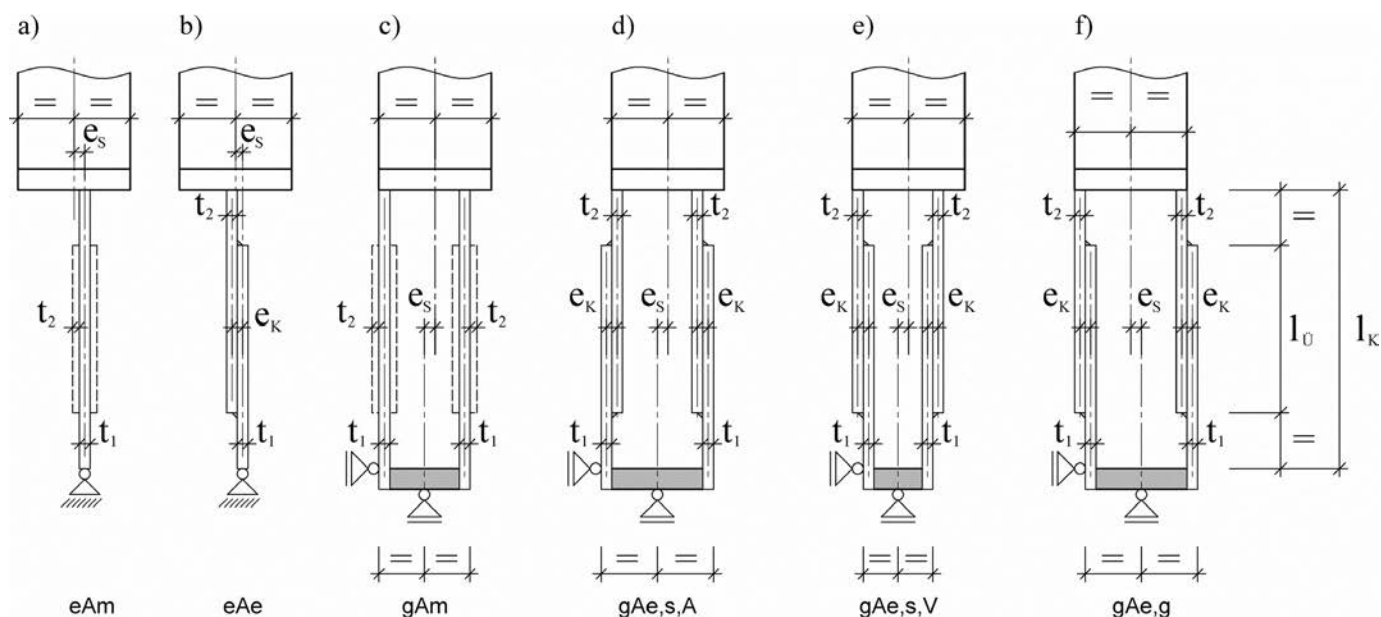


Bild 2. Knotenblechanschlüsse: a) einfach – mittig, b) einfach – exzentrisch, c) gespreizt – mittig, d) und e) gespreizt – exzentrisch mit symmetrischer Blechanordnung und f) mit gleichgerichteter Blechanordnung

Fig. 2. Connections with junction plates: a) single – centric b) single – excentric c) spreaded – centric d) and e) spreaded – excentric with symmetrical plates and f) with rectified plates

Reststab wird hierbei als unverformbar angesehen. Gültigkeitsgrenzen und ggf. zu beachtende Randbedingungen dieser vereinfachten Betrachtungsweise sind in [1] nicht angegeben.

Bei den rechnerischen Überprüfungen sowie den Lehren und Empfehlungen wurden in [1] die Blechbiegemomente infolge der Exzentrizität der Knotenblechanschlüsse nicht berücksichtigt.

### 3 Ziel und Voraussetzungen

Die Ausführungen und Ausbildungen von druckbeanspruchten Fachwerkstäben mit exzentrischen Knotenblechanschlüssen können sehr vielfältig sein. Für den Grundstab stehen alle für Druckstäbe anwendbaren Profilformen zur Verfügung. Der Anschluss kann einfach oder gespreizt ausgebildet werden. Die Verbindung der zu stoßenden Knotenbleche kann geschraubt oder geschweißt werden. Innerhalb der Verbindungen selbst sind unzählige Varianten möglich. Die jeweils zu stoßenden Bleche können in Geometrie und Material verschieden sein. Beim gespreizten Knotenblechanschluss sind symmetrische oder gleichgerichtete Anordnungen der Bleche möglich. Ebenso sind den Lagerungsbedingungen praktisch keine Grenzen gesetzt. Von einer klassischen gelenkigen Lagerung über Drehbehinderungen bis zur Volleinspannung und horizontal nachgiebigen Lagerungen können alle denkbaren Randbedingungen gegeben sein. Die Ausbildung der beiden Knotenblechanschlüsse an den Stabenden kann unterschiedlich sein. Es können zusätzliche Exzentrizitäten und weitere Variationen vorhanden sein.

Aufgrund der beschriebenen extremen Vielfalt und Variationsmöglichkeiten in der Ausführung ist die Angabe einer allumfassenden Bemessungsregel nicht möglich und ausdrücklich nicht Ziel dieses Beitrages. Vielmehr soll auf wichtige Einflüsse eingegangen werden, die die Traglast der Konstruktion beeinflussen können. Ein besonderes Augenmerk wird der antimetrischen Eigenform gewidmet, die bei dem zuvor erwähnten schweren Baustellenunfall zu Tage getreten ist.

Neben allgemeinen Betrachtungen, wie Erfassung der zutreffenden idealen Knicklasten, Einfluss von planmäßigen Exzentrizitäten und Ansatz von geometrischen Ersatzimperfectionen, wird für die in Bild 1 dargestellten Fachwerkstabausbildungen jeweils ein entsprechender Bemessungsvorschlag (Ingenieurmodell) erarbeitet. Sofern nicht explizit anders angegeben, gelten folgende Annahmen und Voraussetzungen:

- Die Fachwerkstäbe sind senkrecht zur Systemachse symmetrisch ausgebildet und gelenkig gelagert.
- Es wird lediglich der Stabilitätsnachweis für Biegeknicken senkrecht zu den Knotenblechen geführt.
- Bei den Einwirkungen handelt es sich um vorwiegend ruhende Lasten.
- Die Tragwerksberechnung und die Querschnittsbeanspruchbarkeit erfolgen elastisch.
- Die verwendeten Querschnitte sind doppelt symmetrisch.
- Es sind keine Querschnittsschwächungen (z. B. Lochabzüge) zu berücksichtigen.
- Die verwendeten Verbindungsmittel rufen keine zusätzlichen Verformungen oder Imperfectionen hervor.

- Die Lasteinleitung aus den Knotenblechen in den Reststab erfolgt biegesteif ohne zusätzliche Verformungen.
- Es sind keine Querlasten zu berücksichtigen (reiner Fachwerkstab).
- Die zu stoßenden exzentrischen Knotenbleche sind identisch ausgebildet.
- Innerhalb der rechnerischen Anschlusslänge befinden sich keine Versteifungs- oder Aussteifungselemente.

Liegen Abweichungen hiervon vor, sind diese bei der Bemessung entsprechend noch zusätzlich zu berücksichtigen.

### 4 Fachwerkstab mit einfachen mittigen Anschlüssen

In Bild 3 ist ein Fachwerkstab mit einfachen mittigen Anschlüssen (eAm, Bild 2a), den zugehörigen Querschnittswerten und äquivalenten Ersatzimperfectionen (vgl. Abschnitt 4.3) dargestellt.

Bei den nachfolgenden Untersuchungen bezüglich des Einflusses der unterschiedlichen Steifigkeiten wird sich bei Vergleichen auf Ergebnisse bezogen, die sich für das in Bild 4 dargestellte Referenzsystem ergeben.

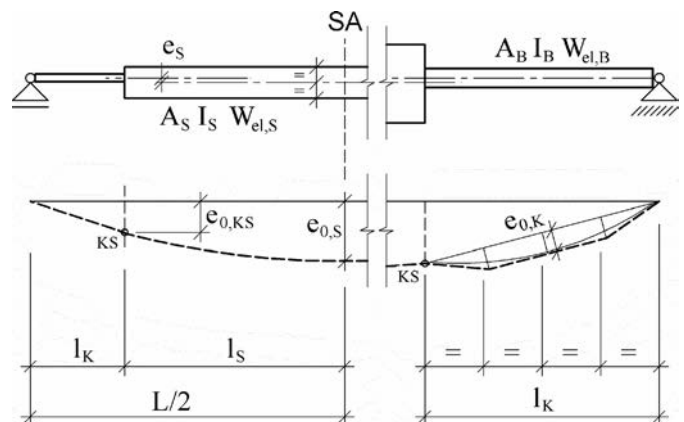


Bild 3. Fachwerkstab mit einfachen mittigen Anschlüssen und äquivalenter Ersatzimperfection

Fig. 3. Truss member with single centric joints and equivalent imperfections

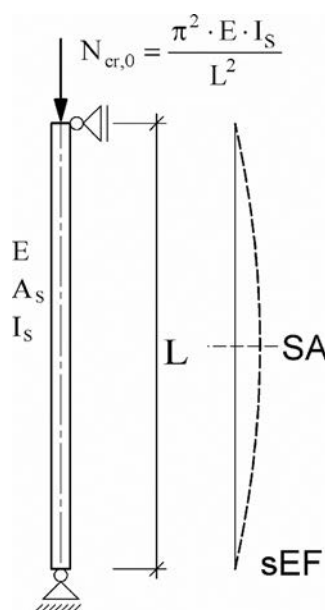


Bild 4. Referenzsystem (Eulerfall II) – beidseitig gelenkig gelagerter Fachwerkstab mit  $I_S = \text{konstant}$   
Fig. 4. Reference system (buckling mode Euler's case II) – truss member with hinged support at both ends,  $I_S = \text{const.}$



## 4.1 Referenzsystem

Bei der Bemessung von auf Druck beanspruchten Fachwerkstäben wird bei Stabilitätsnachweisen für Biegeknicke aus der Fachwerkebene in der Regel innerhalb der Stabstatik das in Bild 4 abgebildete System (Eulerfall II) zugrunde gelegt. Die Ausbildung der Anschlüsse mit Dimensionierung der Knotenbleche und Nachweis der verwendeten Verbindungsmittel erfolgt anschließend innerhalb der Detailstatik unter Berücksichtigung der Übertragbarkeit der zugehörigen Stabkraft.

## 4.2 Einfluss der Steifigkeitsunterschiede auf das Stabilitätsverhalten des Fachwerkstabes

Im Bereich der beiden Knotenblechanschlüsse ist nicht die Biegesteifigkeit wie im Bereich des Reststabes vorhanden. Dies wirkt sich negativ auf das Stabilitätsverhalten des Fachwerkstabes aus. Unterstellt man bei der Bemessung das in Bild 4 dargestellte Referenzsystem, überschätzt man die vorhandenen Steifigkeiten und ggf. die tatsächliche Tragsicherheit der Konstruktion. Wenn darüber hinaus in den Anschlussbereichen nicht mehr die Querschnittsfläche des Reststabes vorhanden ist, führt dies zu einem weiteren Abfall der Tragsicherheit.

### 4.2.1 Eigenwerte (Verzweigungslasten nach Elastizitätstheorie) und Eigenformen

Zur Berücksichtigung des Einflusses der unterschiedlichen Biegesteifigkeiten innerhalb des Fachwerkstabes wird eine Berechnung der Verzweigungslasten nach Elastizitätstheorie durchgeführt und denen des Referenzsystems  $N_{cr,0}$  gegenübergestellt.

Für die Berechnung der Eigenwerte werden die Knickgleichungen nach dem Differentialgleichungsverfahren Theorie II. Ordnung (statisches Vorgehen) ermittelt. Als Basis dient die Differentialgleichung (1). Die zugehörigen Definitionen sind in Bild 5 dargestellt. Ein erweitertes Verfahren, auch zur Lösung von Spannungsproblemen Th. II. Ordnung, ist in [3], Tafel 3.1 angegeben.

$$v'''' + \left( \frac{\varepsilon_i}{l_i} \right)^2 \cdot v'' = 0 \quad (1)$$

mit

$$\left( \frac{\varepsilon_i}{l_i} \right)^2 = \frac{N}{EI_i}$$

Das allgemeine Lösungssystem der Differentialgleichung (1) lautet für einen Stababschnitt:

$$v_i = C_1 \cdot \sin\left(\frac{\varepsilon_i}{l_i}\right) \cdot x_i + C_2 \cdot \cos\left(\frac{\varepsilon_i}{l_i}\right) \cdot x_i + C_3 \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{l_i}\right) \cdot x_i + C_4 \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \varphi_i = v'_i = & C_1 \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{l_i}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varepsilon_i}{l_i}\right) \cdot x_i - C_2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{l_i}\right) \times \\ & \times \sin\left(\frac{\varepsilon_i}{l_i}\right) \cdot x_i + C_3 \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{l_i}\right) \end{aligned} \quad (2b)$$

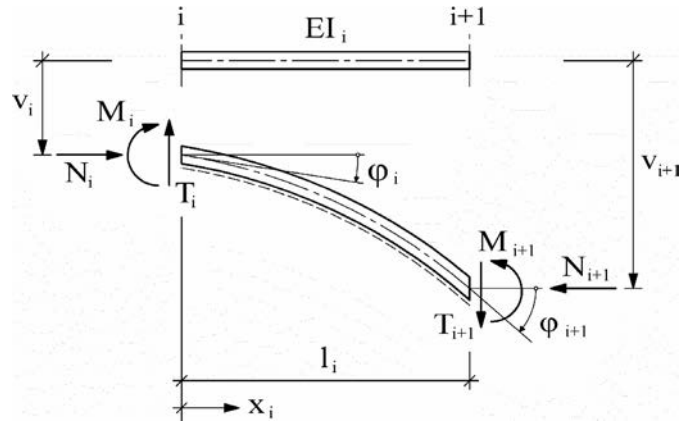


Bild 5. Definition der Verformungs- und Schnittgrößen – Dgl.-Verfahren Th. II. Ordnung

Fig. 5. Definition of deformations and internal forces – differential equation method by second order theory

$$\frac{M_i}{EI_i} = -v''_i = C_1 \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{l_i}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{\varepsilon_i}{l_i}\right) \cdot x_i + C_2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{l_i}\right)^2 \cdot \cos\left(\frac{\varepsilon_i}{l_i}\right) \cdot x_i \quad (2c)$$

$$\frac{T_i}{EI_i} = \frac{Q_i}{EI_i} - \frac{N}{EI_i} \cdot v'_i = -C_3 \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{l_i}\right)^3 \quad (2d)$$

Die Knickbedingungen werden für die symmetrische und antisymmetrische Eigenform des betrachteten Systems ermittelt. Durch Ausnutzung der Eigenschaften bezüglich Symmetrie und Antimetrie kann das zu untersuchende Modell auf die halbe Länge des Fachwerkstabes reduziert und in zwei Abschnitte (Anschluss- und Reststabbereich) unterteilt werden.

Bei diesen Betrachtungen wird eine gleichmäßige Biegesteifigkeit im Bereich der Knotenblechanschlüsse und des Reststabes angesetzt. Der Einfluss der unterschiedlichen Steifigkeitsverhältnisse im Bereich der sich überlappenden Knotenbleche wird in einer separaten Untersuchung (Abschnitte 5.1, 6 und 7) behandelt.

Die Stabachsen werden bei den nachfolgenden Berechnungen als dehnungslos betrachtet. Die Vernachlässigung der Normkraftverformung liegt bei den statischen Modellen mit einfachen Knotenblechanschlüssen auf der sicheren Seite. Dies trifft jedoch nicht für den Fachwerkstab mit gespreizten Anschlüssen zu. Die Verformungen im Knotenblechbereich würden rechnerisch unterschätzt; die Steifigkeiten würden zum Teil erheblich überschätzt. Hierauf wird bei der Untersuchung von gespreizten Knotenblechanschlüssen (Abschnitt 6) explizit eingegangen.

### 4.2.2 Herleitung der Knickgleichungen

Die Herleitung der Knickgleichungen erfolgt am gelenkig gelagerten Druckstab mit elastischer Drehbehinderung (Drehfeder) an den Auflagern (Bild 6). Die hieraus resultierenden Ergebnisse werden anschließend auf den beidseits gelenkig gelagerten bzw. starr eingespannten Druckstab durch entsprechende Variation der Drehfederkonstante K übertragen.

Den acht Freiwerten  $C_i$ , jeweils vier im Knotenblech- und im halben Reststabbereich, stehen insgesamt acht

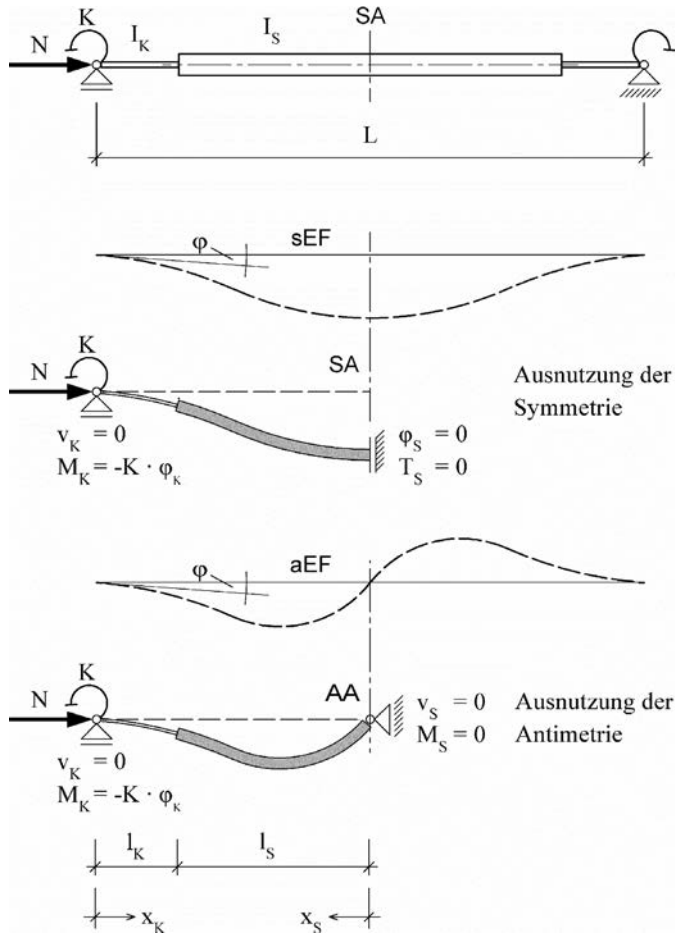


Bild 6. Gelenkig gelagerter Fachwerkstab mit Drehfedern: Gesamtsystem, symmetrische Eigenform, antimetrische Eigenform

Fig. 6. Truss member with hinged supports and elastic end-restraint: entire system, symmetrical eigenshape, antimetrical eigenshape

Randbedingungen gegenüber. Jeweils zwei durch die Lagerungsbedingungen der beiden Stababschnitte an den Stellen  $x_K = 0$  und  $x_S = 0$ . An der Übergangsstelle ( $x_K = l_K$  bzw.  $x_S = l_S$ ) müssen die Verformungen  $v_i$  und  $\varphi_i$  identisch

sein und die Schnittgrößen  $M_i$  und  $T_i$  im Gleichgewicht stehen, wodurch weitere vier Randbedingungen gegeben sind. Bei Beachtung der Vorzeichendefinitionen entsprechend Bild 5 und der gespiegelten Laufrichtung für den halben Reststabbereich (Laufrichtung von  $x_S$  ist entgegengesetzt zu  $x_K$ ) ergeben sich an der Übergangsstelle die Verknüpfungen gem. Gl. (3).

$$\begin{bmatrix} v_K - v_S \\ \varphi_K + \varphi_S \\ M_K - M_S \\ T_K + T_S \end{bmatrix} = \underline{0} \quad (3)$$

#### 4.2.3 Knickgleichung der symmetrischen Eigenform (sEF)

Die symmetrische Eigenform und das zugehörige Modell unter Ausnutzung der Symmetrieachse (SA) sind in der Mitte von Bild 6 dargestellt. Aus Gleichgewichtsbetrachtungen ergibt sich, dass die Transversalkräfte im gesamten betrachteten Bereich Null sind ( $T_K = T_S = 0$ ). Hieraus vereinfacht sich das weitere Vorgehen, da sich aus Gl. (2d) ergibt, dass die beiden zugehörigen Freiwerte  $C_i$  ebenfalls Null sein müssen und somit nur noch sechs von acht Freiwerten zu berücksichtigen sind.

Am Beginn des Knotenbleches ( $x_K = 0$ ) können zwei Randbedingungen formuliert werden. Die Verschiebung  $v_K$  muss Null sein und das Biegemoment  $M_K$  ergibt sich aus der Verdrehung  $\varphi_K$  am Auflager und der Drehfederkonstanten  $K$ . Am Beginn des Reststabes ( $x_S = 0$ ) ergibt sich die dritte Randbedingung. Die Verdrehung  $\varphi_S$  muss Null sein. Über diese äußeren Bedingungen können Freiwerte bestimmt oder in Relation gebracht werden. Diese fließen dann in die Formulierung der Größen ( $v_K$ ,  $\varphi_K$ ,  $M_K$  und  $v_S$ ,  $\varphi_S$ ,  $M_S$ ) an der Übergangsstelle ( $x_K = l_K$  bzw.  $x_S = l_S$ ) ein, aus welchen sich dann unter Beachtung der Vorzeichenregel gem. Gl. (3) das Gleichungssystem für das Verzweigungsproblem der symmetrischen Eigenform in Gl. (4) ergibt (siehe Kasten unten):

Nach Erzeugen und Nullsetzen der (Nenner-) Determinante sowie anschließenden weiteren Umformungen

|                         | $C_1$   | $C_2$  | $C_3$ |       |
|-------------------------|---|--|-------|-------|
| $v_K - v_S$             | $-\left(\frac{\varepsilon_K}{l_K}\right) \cdot \frac{EI_K}{K} \cdot \sin \varepsilon_K + \cos \varepsilon_K - 1$  | $-\cos \varepsilon_K$  | $-1$  | $= 0$ |
| $\varphi_K + \varphi_S$ | $-\left(\frac{\varepsilon_K}{l_K}\right)^2 \cdot \frac{EI_K}{K} \cdot \cos \varepsilon_K - \left(\frac{\varepsilon_K}{l_K}\right) \cdot \sin \varepsilon_K$ | $-\left(\frac{\varepsilon_S}{l_S}\right) \cdot \sin \varepsilon_S$ | $0$   | $= 0$ |
| $M_K - M_S$             | $-N \cdot \left(\frac{\varepsilon_K}{l_K}\right) \cdot \frac{EI_K}{K} \cdot \sin \varepsilon_K + N \cdot \cos \varepsilon_K$                                | $-N \cdot \cos \varepsilon_S$                                      | $0$   | $= 0$ |

mit

$$\varepsilon_S = l_S \cdot \sqrt{\frac{N}{EI_S}}$$

und

$$\varepsilon_K = l_K \cdot \sqrt{\frac{N}{EI_K}}$$

|                         | $C_1$  | $C_2$   | $C_3$   | $C_4$   |       |
|-------------------------|--|---|---|---|-------|
| $v_K - v_S$             | $\left[ \sin \varepsilon_K + \left( \frac{l_K}{\varepsilon_K} \right) \cdot \frac{K}{EI_K} \cdot (1 - \cos \varepsilon_K) \right]$ | $\left[ \varepsilon_K + \left( \frac{l_K}{\varepsilon_K} \right) \cdot \frac{K}{EI_K} \cdot (1 - \cos \varepsilon_K) \right]$ | $-\sin \varepsilon_S$   | $-\varepsilon_S$                                    | $= 0$ |
| $\varphi_K + \varphi_S$ | $\left[ \left( \frac{\varepsilon_K}{l_K} \right) \cdot \cos \varepsilon_K + \frac{K}{EI_K} \cdot \sin \varepsilon_K \right]$       | $\left[ \left( \frac{\varepsilon_K}{l_K} \right) + \frac{K}{EI_K} \cdot \sin \varepsilon_K \right]$                           | $\left( \frac{\varepsilon_S}{l_S} \right) \cdot \cos \varepsilon_S$ | $\left( \frac{\varepsilon_S}{l_S} \right)$          | $= 0$ |
| $M_K - M_S$             | $\left[ N \cdot \sin \varepsilon_K - \left( \frac{\varepsilon_K}{l_K} \right) \cdot K \cdot \cos \varepsilon_K \right]$            | $-\left[ \left( \frac{\varepsilon_K}{l_K} \right) \cdot K \cdot \cos \varepsilon_K \right]$                                   | $-N \cdot \sin \varepsilon_S$                                       | $0$   | $= 0$ |
| $T_K + T_S$             | $0$  | $-N \cdot \left( \frac{\varepsilon_K}{l_K} \right)$   | $0$   | $-N \cdot \left( \frac{\varepsilon_S}{l_S} \right)$ | $= 0$ |

ergibt sich die transzendente Knickgleichung für die symmetrische Eigenform in Gl. (5).

$$N \cdot \left( \frac{l_K}{\varepsilon_K} \right)^2 \cdot \left( \frac{\varepsilon_S}{l_S} \cdot \sin \varepsilon_K \cdot \sin \varepsilon_S - \frac{\varepsilon_K}{l_K} \cdot \cos \varepsilon_K \cdot \cos \varepsilon_S \right) - K \cdot \left( \frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_K} \cdot \frac{l_K}{l_S} \cdot \cos \varepsilon_K \cdot \sin \varepsilon_S + \sin \varepsilon_K \cdot \cos \varepsilon_S \right) = 0 \quad (5)$$

#### 4.2.4 Knickgleichung der antimetrischen Eigenform

Die antimetrische Eigenform (aEF) und das zugehörige statische Modell unter Ausnutzung der Antimetrieachse (AA) sind in Bild 6 unten dargestellt. Bei der antimetrischen Eigenform sind Transversalkräfte vorhanden, hierdurch gestaltet sich die Herleitung gegenüber der symmetrischen Eigenform entsprechend umfangreicher. Das Gleichungssystem für das Verzweigungsproblem der antimetrischen Eigenform ist in Gl. (6) dargestellt (siehe Kasten oben).

Analog zur symmetrischen Eigenform ergibt sich nach Umformungen die transzendente Knickgleichung für die antimetrische Eigenform in Gl. (7).

$$\left[ K + N \cdot (l_S + l_K) \right] \cdot \left( \frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_K} \cdot \frac{l_K}{l_S} \cdot \cos \varepsilon_S \cdot \sin \varepsilon_K + \cos \varepsilon_K \cdot \sin \varepsilon_S \right) - K \cdot \left[ \varepsilon_S \cdot \left( 1 + \frac{l_K}{l_S} \right) \cdot \cos \varepsilon_K \cdot \cos \varepsilon_S - \varepsilon_K \cdot \left( 1 + \frac{l_S}{l_K} \right) \times \right. \\ \left. \times \sin \varepsilon_K \cdot \sin \varepsilon_S = 0 \right] \quad (7)$$

#### 4.2.5 Gelenkig gelagerter Druckstab (RB EF II)

Für den beidseits gelenkig gelagerten Druckstab gem. Bild 7 ergeben sich die transzendenten Knickgleichungen unter Zugrundelegung der Gln. (5) und (7) durch Nullset-

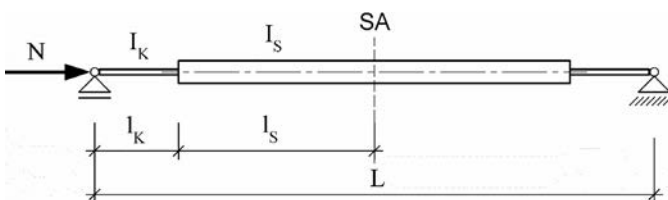


Bild 7. Gelenkig gelagerter Fachwerkstab  
Fig. 7. Hinged supported truss member

zen der Drehfederkonstante K (K = 0). Für die symmetrische Eigenform (sEF) ergibt sich Gl. (5).

$$\frac{\varepsilon_K}{l_K} \cdot \cos \varepsilon_K \cdot \cos \varepsilon_S - \frac{\varepsilon_S}{l_S} \cdot \sin \varepsilon_K \cdot \sin \varepsilon_S = 0 \quad (8)$$

Aus der Knickgleichung (8) erhält man die kleinste Verzweigungslast der symmetrischen Eigenform des gelenkig gelagerten Systems  $N_{cr,G,S}$ . Setzt man diese in das Verhältnis zu der Verzweigungslast des Referenzsystems (Bild 4), ergeben sich die in Bild 9a dargestellte Kurven. Aus diesen kann man leicht den Abfall der Verzweigungslast bei zunehmender Anschlusslänge und abnehmender Anschlusssteifigkeit erkennen. Die Zahlenwerte wurden iterativ ermittelt und über Vergleichsberechnungen mittels Stabwerksprogramm [5] kontrolliert.

Für die antimetrische Eigenform (aEF) ergibt sich Gl. (7).

$$\frac{\varepsilon_K}{l_K} \cdot \cos \varepsilon_K \cdot \sin \varepsilon_S + \frac{\varepsilon_S}{l_S} \cdot \sin \varepsilon_K \cdot \cos \varepsilon_S = 0 \quad (9)$$

Aus der Knickgleichung (9) erhält man die kleinste Verzweigungslast der antimetrischen Eigenform des gelenkig gelagerten Systems  $N_{cr,G,A}$ . Wird diese in das Verhältnis zu der symmetrischen Verzweigungslast  $N_{cr,G,S}$  gebracht, ergeben sich hieraus die Kurven in Bild 9b. Sie beginnen alle (bei konstanter Steifigkeit) bei 4, dem Verhältnis der 1. zur 2. Eigenform des Eulerfalles II. Sie zeigen dann zweifelsfrei, dass die symmetrische Eigenform im gesamten betrachteten Parameterbereich die kleinere Verzweigungslast liefert. Sämtliche Kurven nähern sich asymptotisch mit zunehmendem Steifigkeitsabfall an das Verhältnis 1 an.

#### 4.2.6 Eingespannter Druckstab (RB EF IV)

Für den beidseits starr eingespannten Druckstab gem. Bild 8 ergeben sich die transzendenten Knickgleichungen unter Zugrundelegung der Gln. (5) und (7) durch Starrsetzen der Drehfeder K (1/K = 0).

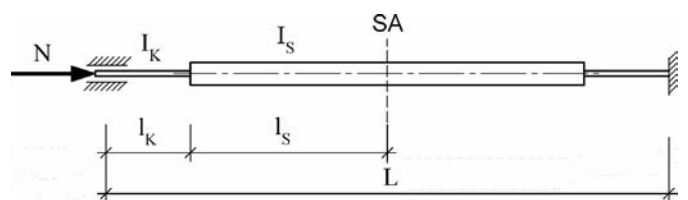


Bild 8. Eingespannter Fachwerkstab  
Fig. 8. Restraint supported truss member



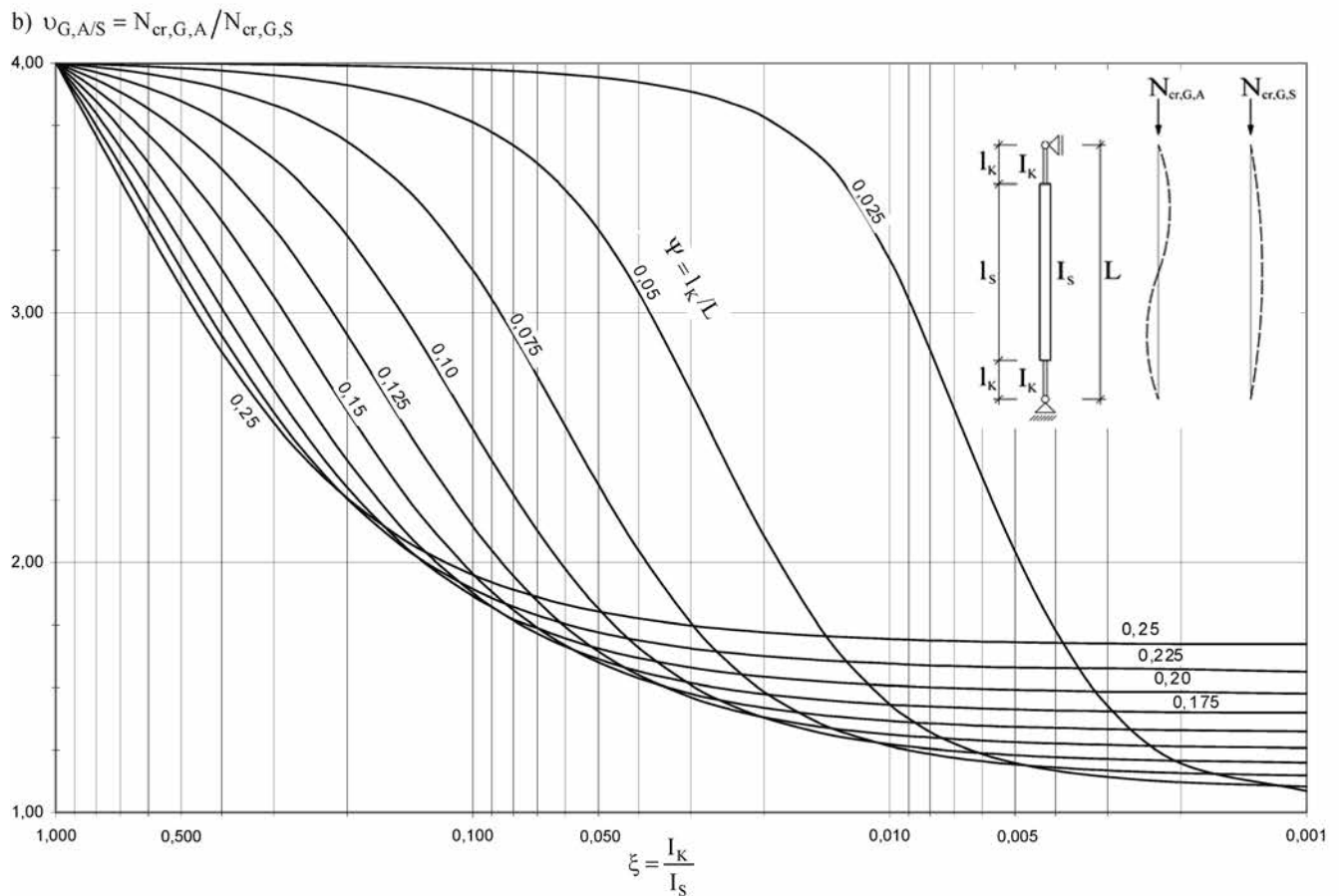
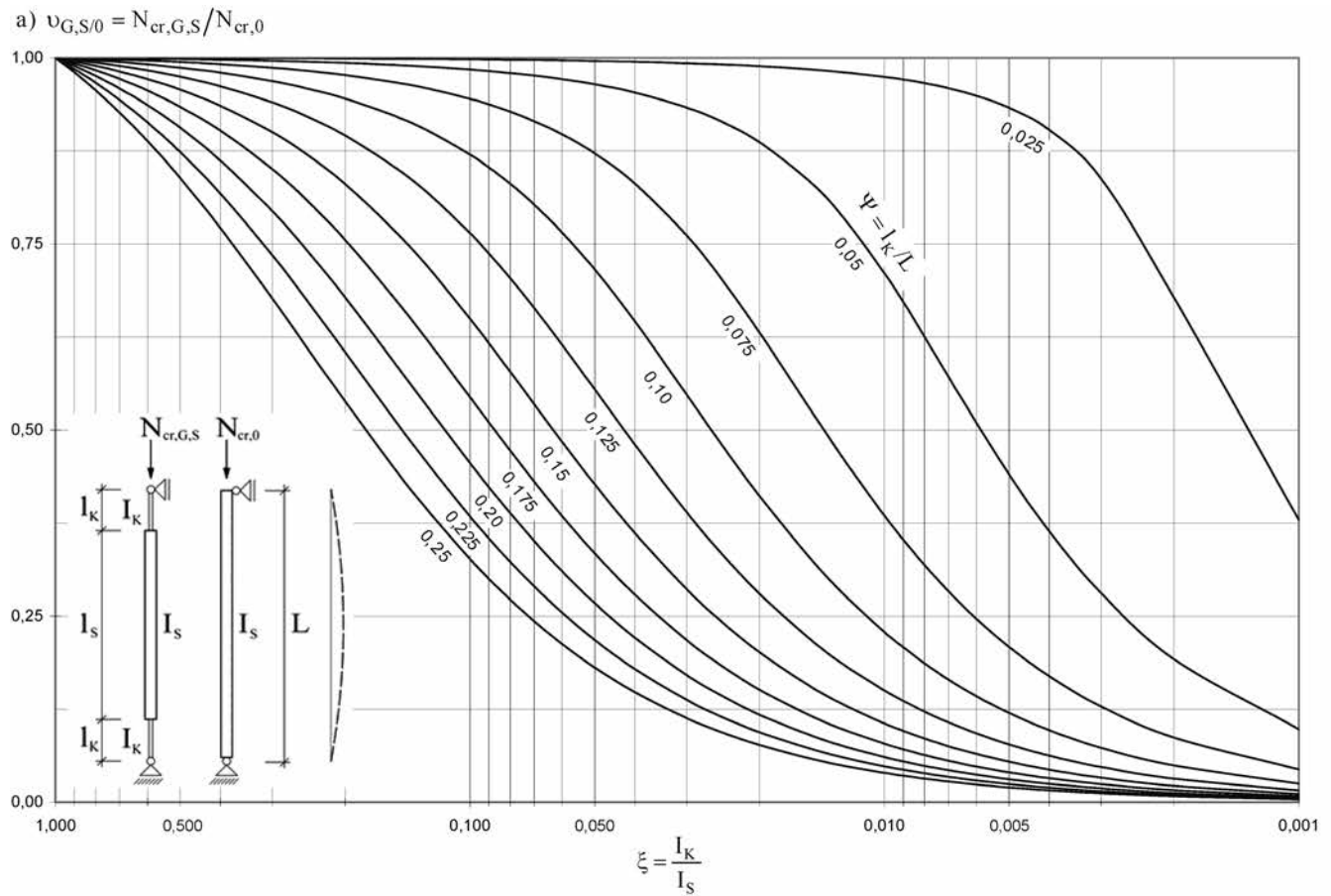
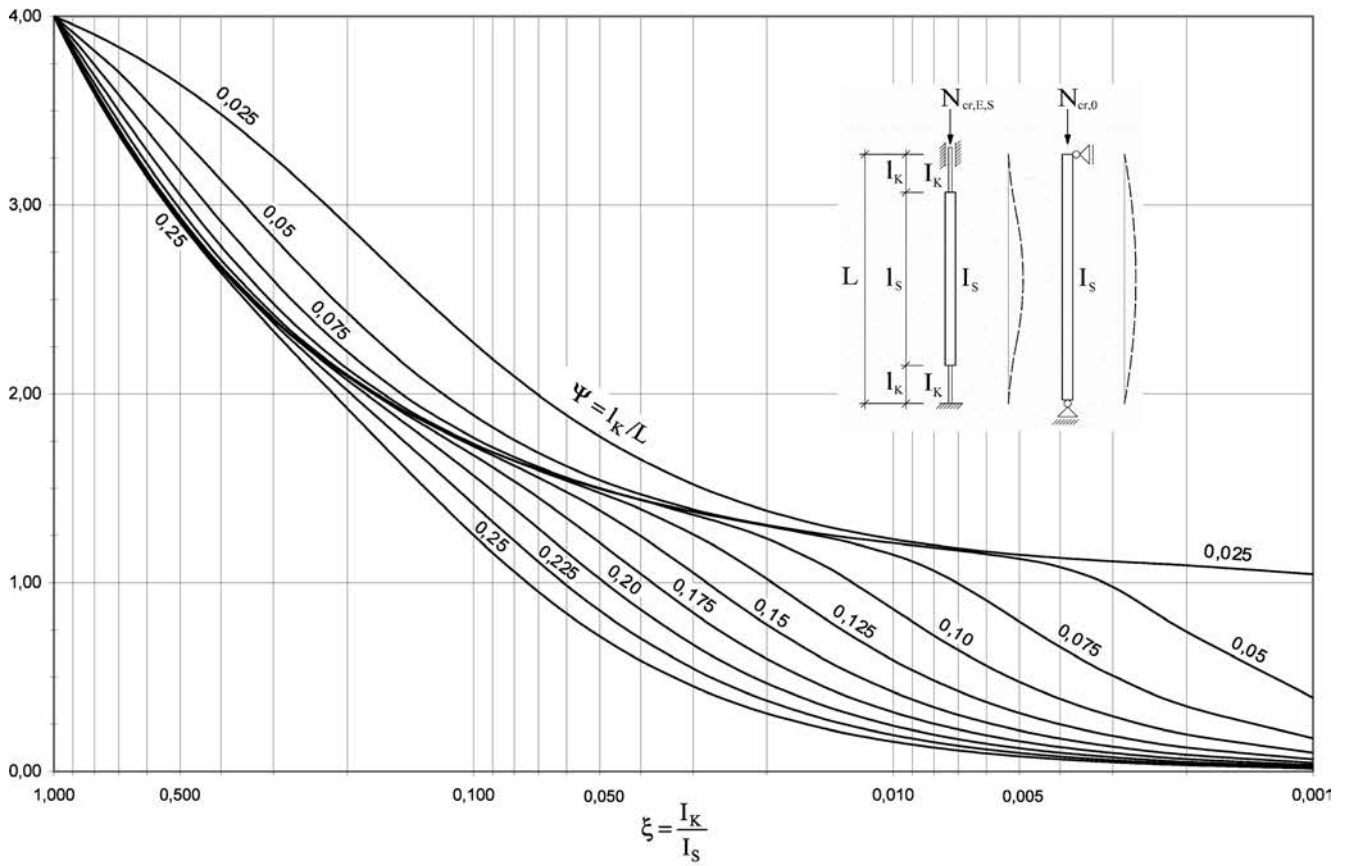


Bild 9. Verhältnis der Verzweigungslast des gelenkig gelagerten Fachwerkstabes, a) der symmetrischen Eigenform zum Referenzsystem, b) der antimetrischen zur symmetrischen Eigenform

Fig. 9. Ratio of bifurcation load of the hinged supported truss member: a) between symmetrical eigenshape and reference system b) between antimetrical eigenshape and symmetrical eigenshape

a)  $v_{E,S/0} = N_{cr,E,S} / N_{cr,0}$



b)  $v_{E,A/S} = N_{cr,E,A} / N_{cr,E,S}$

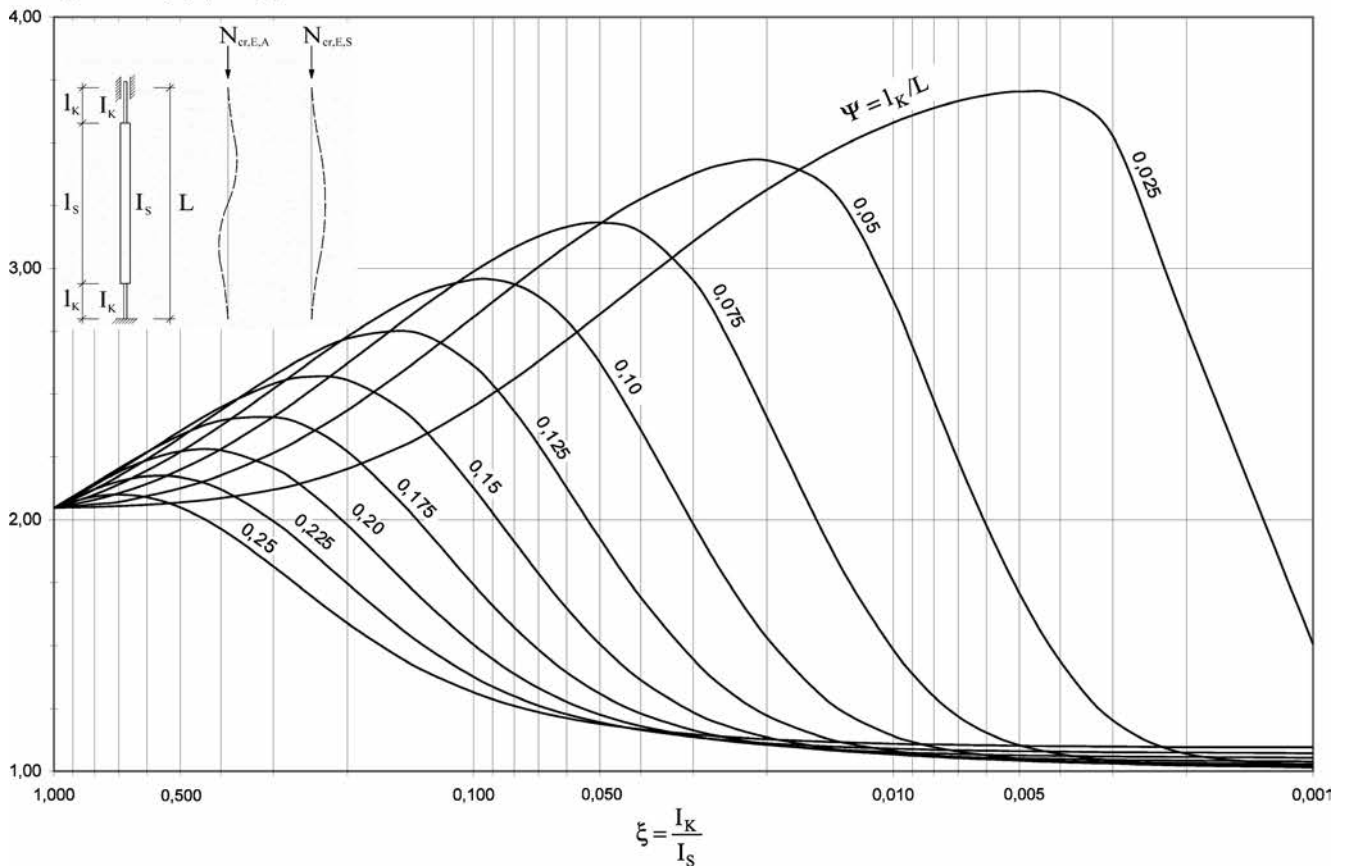


Bild 10. Verhältnis der Verzweigungslast des eingespannten Fachwerkstabes, a) der symmetrischen Eigenform zum Referenzsystem, b) der antimetrischen zur symmetrischen Eigenform

Fig. 10. Ratio of bifurcation load of the restraint supported truss member: a) between symmetrical eigenshape and reference system b) between antimetrical eigenshape and symmetrical eigenshape

Für die symmetrische Eigenform (sEF) ergibt sich Gl. (5).

$$\frac{\varepsilon_K}{l_K} \cdot \sin \varepsilon_K \cdot \cos \varepsilon_S + \frac{\varepsilon_S}{l_S} \cdot \cos \varepsilon_K \cdot \sin \varepsilon_S = 0 \quad (10)$$

Aus der Knickgleichung (10) erhält man die kleinste Verzweigungslast der symmetrischen Eigenform des eingespannten Systems  $N_{cr,E,S}$ . Setzt man diese in das Verhältnis zu der Verzweigungslast des Referenzsystems (Bild 4), ergeben sich die in Bild 10a dargestellten Kurven. Der Abfall der Verzweigungslast bei zunehmender Anschlusslänge und abnehmender Anschlusssteifigkeit ist leicht erkennbar. Die Kurven beginnen alle (bei konstanter Steifigkeit) bei 4, dem Verhältnis von *Eulerfall* IV zu II. Der optische Eindruck lässt ein teilweises Überschneiden der Kurven vermuten, was jedoch nicht der Fall ist.

Für die antimetrische Eigenform (aEF) ergibt sich Gl. (7).

$$\varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{l_K}{l_S}\right) \cdot \cos \varepsilon_K \cdot \cos \varepsilon_S - \varepsilon_K \cdot \left(1 + \frac{l_S}{l_K}\right) \times \\ \times \sin \varepsilon_K \cdot \sin \varepsilon_S - \frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_K} \cdot \frac{l_K}{l_S} \cdot \cos \varepsilon_S \cdot \sin \varepsilon_K - \cos \varepsilon_K \cdot \sin \varepsilon_S = 0 \quad (11)$$

Aus der Knickgleichung (11) erhält man die kleinste Verzweigungslast der antimetrischen Eigenform des eingespannten Systems  $N_{cr,E,A}$ . In das Verhältnis zu der symmetrischen Verzweigungslast  $N_{cr,E,S}$  gebracht, ergeben sich hieraus die in Bild 10b dargestellten Kurven. Sie beginnen alle (bei konstanter Steifigkeit) bei ca. 2,04, dem Verhältnis der 1. zur 2. Eigenform des *Eulerfalles* IV, steigen bis zu einem Maximalwert  $< 4$  an, um danach endgültig abzufallen. Die vorgenannten Maxima würden sich bei noch kürzeren Anschlussbereichen und gleichzeitig weiter abfallenden Anschlusssteifigkeiten (Übergang zur Gelenkausbildung) weiter an 4 annähern, dem Verhältnis der 1. zur 2. Eigenform des *Eulerfalles* II.

Bild 10b zeigt ebenfalls zweifelsfrei, dass die symmetrische Eigenform auch für den eingespannten Druckstab (RB EF IV) im gesamten betrachteten Parameterbereich die kleinere Verzweigungslast liefert. Sämtliche Kurven nähern sich asymptotisch mit zunehmendem Steifigkeitsabfall an das Verhältnis 1 an.

#### 4.2.7 Zusammenfassung (Einfluss der Steifigkeitsunterschiede)

Die vorangegangenen Untersuchungen zeigen in den Bildern 9a und 10a den Einfluss der geringeren Steifigkeiten im Anschlussbereich in Abhängigkeit der Anschlusslängen auf die Verzweigungslasten für den gewählten Parameterbereich anschaulich auf. Für gegebene Steifigkeitsverhältnisse und bezogene Anschlusslängen lässt sich sehr leicht der Abfall der Verzweigungslast (RB EF II und IV) gegenüber dem Referenzsystem (EF II) ablesen. Aus den Bildern 9b und 10b geht eindeutig hervor, dass die antimetrische Eigenform hier nicht maßgebend wird. Diese Erkenntnis gilt für den gelenkig gelagerten (RB EF II) als auch für den eingespannten Fachwerkstab (RB EF IV). Auf die Ursachen, weshalb bei dem Baustellenunfall [1] bei der maßgebenden Druckstrebe dennoch eine antimetrische Biegeknickfigur aufgetreten ist, wird in Abschnitt 8.1 eingegangen.

Der Einfluss einer Drehbehinderung an den Auflagern von gelenkig gelagerten Fachwerkstäben auf die Verzweigungslast ist in Bild 11 dargestellt. Hier ist das Verhältnis der Verzweigungslast des eingespannten zum gelenkig gelagerten Fachwerkstab dargestellt. Die Kurven beginnen alle (bei konstanter Steifigkeit) bei 4, dem Verhältnis von *Eulerfall* IV zu II, fallen dann bis zu einem Minimalwert ab, um danach wieder bis zum Faktor 4 anzusteigen. Die vorgenannten Minima würden sich bei noch kürzeren Anschlussbereichen und gleichzeitig weiter abfallender Anschlusssteifigkeit (Übergang zur Gelenkausbildung) weiter an 1 annähern. Hieraus erkennt man erwartungsgemäß, dass unberücksichtigte oder ungewollte Einspannungen sich nicht ungünstig auf die Größe der Verzweigungslast auswirken.

Als weiteres Ergebnis aus den vorherigen Untersuchungen leitet sich der maßgebende Knicklängenbeiwert  $\beta_S$  in Bezug auf den Reststab für den betrachteten Parameterbereich ab. Mithilfe des Knicklängenbeiwertes lässt sich das Verzweigungsproblem auf einen Ersatzstab mit der Knicklänge  $\beta_S \cdot L$  und der konstanten Steifigkeit  $EI_S$  auf den *Eulerfall* II zurückführen.

In Bild 12 sind die Knicklängenbeiwerte für unterschiedliche Anschlusslängen in Abhängigkeit vom Steifigkeitsverhältnis in Bezug auf den Reststabbereich (Referenzsystem) dargestellt. Sie zeigen deutlich den starken Anstieg des Beiwertes bei abfallender Anschlusssteifigkeit. Bei zu beurteilenden Konstruktionen lässt sich mit Bild 12 ebenso mit den Bildern 9a und 10a feststellen, ob die gegebenen Verhältnisse (Anschlusslänge und Steifigkeitsabfall) bei der weiteren Bemessung vernachlässigt werden dürfen bzw. welchen Einfluss sie haben.

#### 4.3 Ansatz von Imperfektionen

Bei Stabilitätsnachweisen von auf Druck beanspruchten Fachwerkstäben sind in der Regel geometrische und strukturelle Imperfektionen sowie Einflüsse auf das Gleichgewicht (Theorie II. Ordnung) zu berücksichtigen. DIN EN 1993-1-1 [9] bietet verschiedene Verfahren für den Stabilitätsnachweis (vgl. [17]) und Grundmethoden für den Ansatz von Imperfektionen (vgl. [16]) an. Gegenüber den Imperfektionsansätzen, die in DIN 18800-2 [13] angeboten wurden, enthält DIN EN 1993-1-1 [9] auch die Möglichkeit, die Imperfektionen in Gestalt der maßgebenden Eigenform zu berücksichtigen. Die Eigenform wird hierbei mit einer auf die Schlankheit bezogenen Vorkrümmung skaliert (vgl. z. B. [14] und [15]).

Bei der Tragwerksbemessung sind grundsätzlich geeignete Ansätze zu wählen und sinnvolle Annahmen zu treffen, um die Wirkungen von geometrischen und strukturellen Imperfektionen zu erfassen. Hierbei sollten äquivalente geometrische Ersatzimperfektionen verwendet werden, deren Werte die möglichen Wirkungen aller Imperfektionen abdecken. Die entsprechenden angesetzten Anteile für die rein geometrischen Imperfektionen dürfen jedoch die grundlegenden Toleranzen nach DIN EN 1090-2 [11] und die Allgemeintoleranzen für Schweißkonstruktionen der DIN EN ISO 13920 [12] nicht unterschreiten. Abweichende (restriktivere) Regelungen von den grundlegenden Toleranzen [11] können jedoch vereinbart werden.



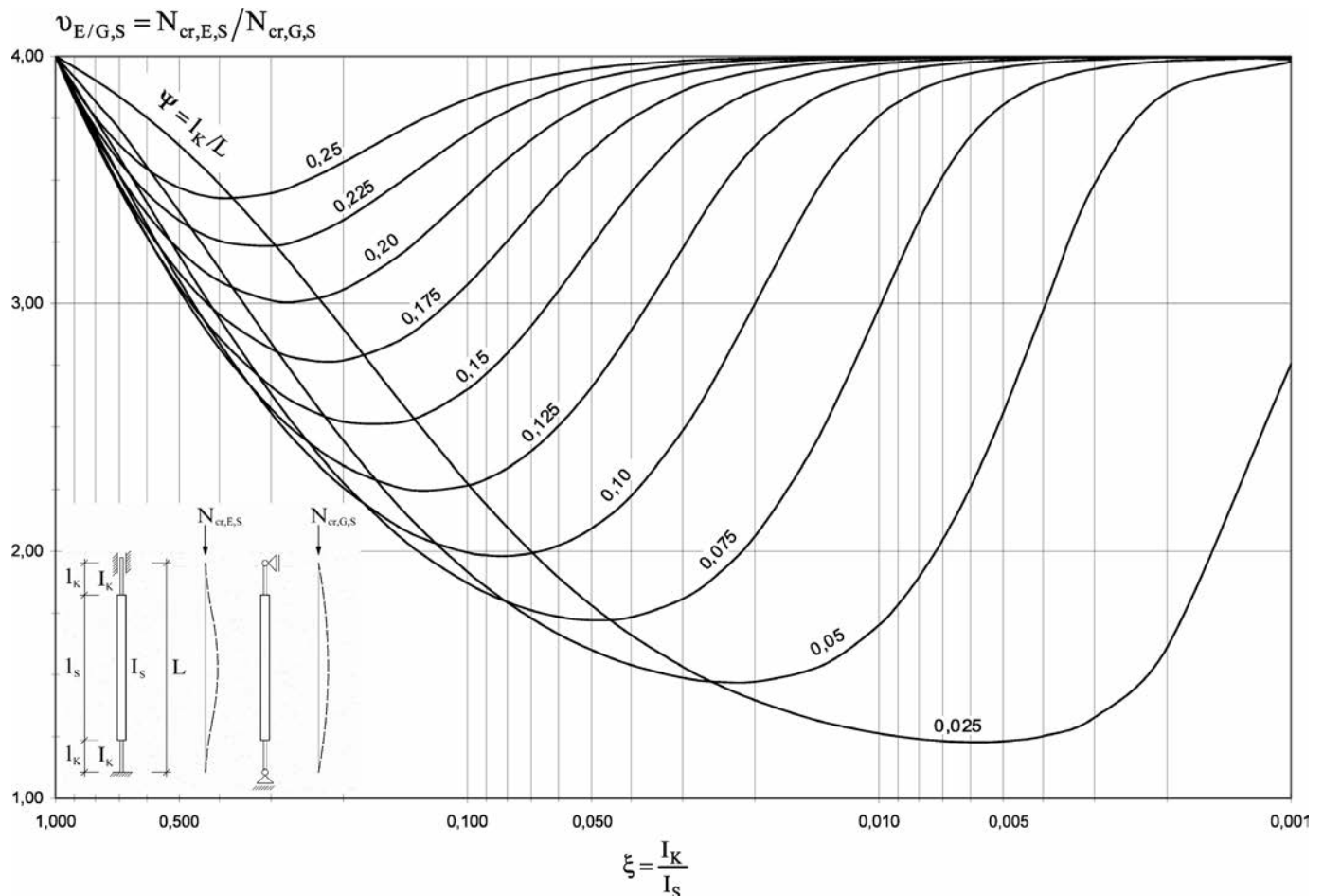


Bild 11. Verhältnis der symmetrischen Verzweigungslast des eingespannten zum gelenkig gelagerten Fachwerkstab  
Fig. 11. Ratio of symmetrical bifurcation load between the hinged and restraint supported truss member

#### 4.3.1 Grundlegende Toleranzen und Allgemeintoleranzen

Für Fachwerkstäbe (Fachwerkstreben) beträgt die grundlegende Herstelltoleranz für die Abweichung von der Geradheit gem. [11], Tabelle D.1.10, Nr. 2:

$$e_T = \frac{L}{750} \geq 6 \text{ mm} \quad (12)$$

Bei der Herstellung der Konstruktion ist das Einhalten des vorgenannten Grenzwertes notwendig, um den Annahmen der Tragwerksbemessung in Hinblick auf die statische Tragfähigkeit und die Standsicherheit zu genügen (vgl. [11], 3.16.1).

Für den Anschlussbereich der Fachwerkstäbe sind für geschweißte Knotenbleche Allgemeintoleranzen zu beachten. Hierzu sind Grenzabmaße für Winkelmaße in [12], Tabelle 2 für vier Toleranzklassen A, B, C und D angegeben. In Bild 13 sind die zugehörigen geometrischen Abweichungen von der idealen Stabachse am Übergangspunkt des Blechanschlusses dargestellt. Diese wurden aus den Grenzabmaßen für Winkelmaße (zul. Winkelabweichungen von der Sollachse) an den Definitionsgrenzen (400 und 1000 mm) sowie zusätzlich bei 2000 mm bestimmt und gradlinig miteinander verbunden.

Die Toleranzklassen C und D ergeben bereits bei Knotenblechlängen von weniger als 400 mm geometrische Abweichungen von mehr als 6 mm und sind somit wegen der grundlegenden Toleranzen (vgl. Gl. (12)) für

Fachwerkstäbe mit einer Gesamtlänge von unter 4500 mm grundsätzlich nicht sinnvoll und umsetzbar. Möchte man vermeiden, dass die maximal zulässige grundlegende Toleranz gem. [11] auch im Übergangsbereich berücksichtigt werden muss, ist die Toleranzklasse A oder B zu vereinbaren und bereits bei der Tragwerksplanung zugrunde zu legen. Die zulässigen geometrischen Abweichungen am Übergangspunkt für die Toleranzklassen A und B sind entsprechend Bild 13 in Gl. (13) definiert.

Toleranzklasse A [12]:

$$\begin{aligned} l_K \leq 400 \text{ mm} : e_{T,KS} &= \frac{l_K}{166} \\ \leq 1000 \text{ mm} : e_{T,KS} &= \frac{l_K}{285} + 1 \\ \geq 1000 \text{ mm} : e_{T,KS} &= \frac{l_K}{666} + 3 \end{aligned} \quad (13a)$$

Toleranzklasse B [12]:

$$\begin{aligned} l_K \leq 400 \text{ mm} : e_{T,KS} &= \frac{l_K}{77} \\ \leq 1000 \text{ mm} : e_{T,KS} &= \frac{l_K}{157} + \frac{8}{3} \\ \geq 1000 \text{ mm} : e_{T,KS} &= \frac{l_K}{333} + 6 \end{aligned} \quad (13b)$$

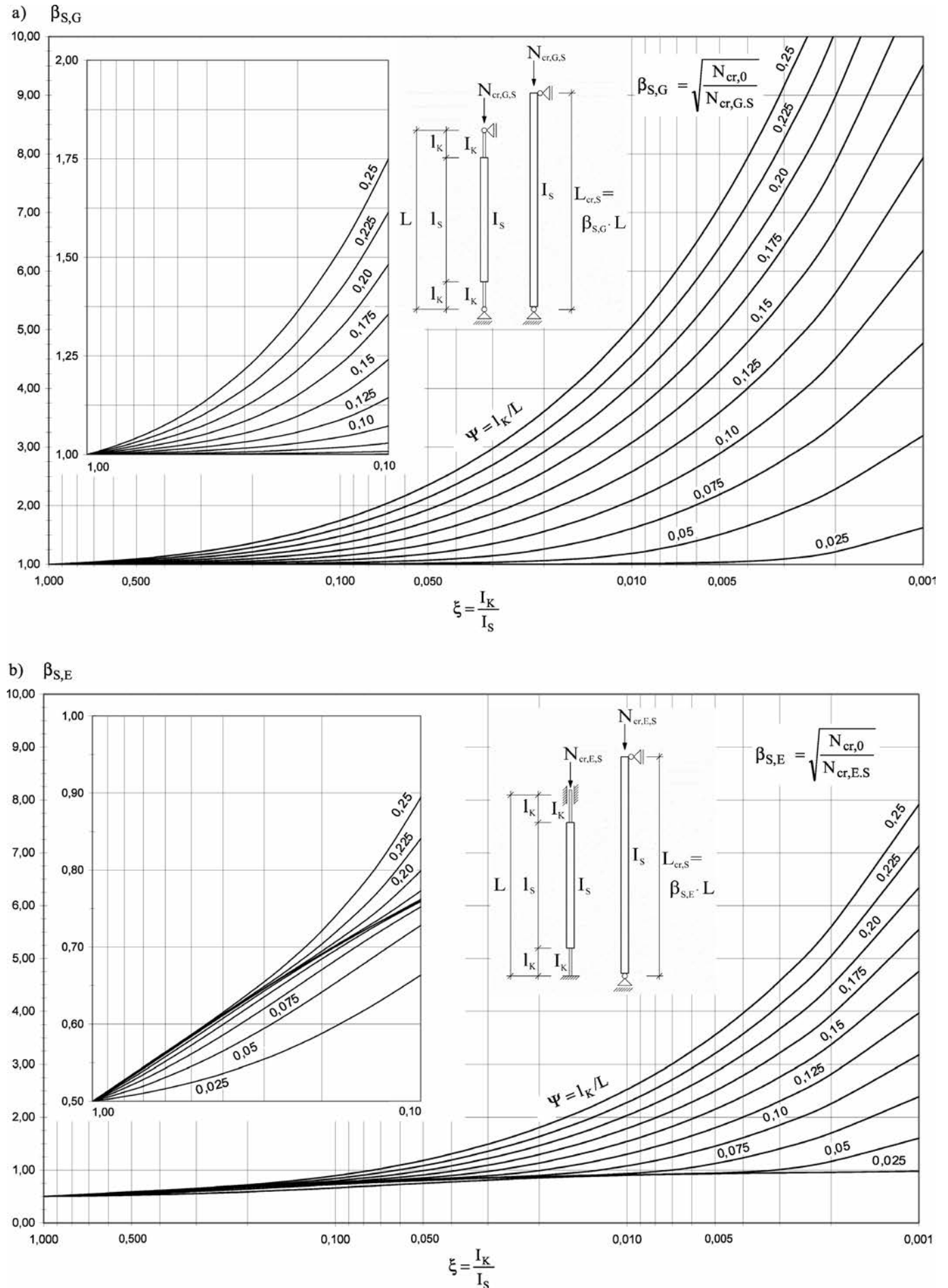


Bild 12. Knicklängenbeiwert bezogen auf das Referenzsystem a) gelenkige Lagerung, b) Einspannung  
Fig. 12. Buckling coefficient relating to the reference system a) hinged support, b) restraint support



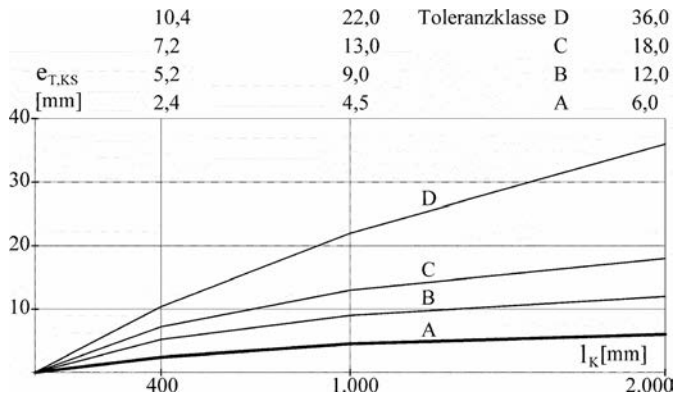


Bild 13. Geometrische Toleranzen gem. DIN EN ISO 13920 [12], Tabelle 12

Fig. 13. Geometrical tolerances according to DIN EN 13920 [12], Table 12

Die vorgenannten rein geometrisch bedingten Imperfektionen sind beim Tragsicherheitsnachweis zu beachten. Erfolgt der Nachweis am rein geometrisch imperfekten System, sind strukturelle Imperfektionen (Einflüsse aus Eigenspannungen) und ggf. weitere Anschlusskonzentrationen zusätzlich zu berücksichtigen.

### 4.3.2 Implizierte (indirekte) Imperfektionen beim Ersatzstabnachweis

Für die vorliegenden Fachwerkstäbe mit veränderlichen Querschnitten darf gem. Nationalem Anhang (DIN EN 1993-1-1/NA [10]) zu 6.3.1.1(1) auch der Ersatzstabnachweis gem. Gleichung (6.46) angewendet werden. Der Nachweis ist für alle maßgebenden Querschnitte mit den jeweils zugehörigen Querschnittswerten an den betreffenden Stellen zu führen. Dieses Vorgehen war bereits auch nach DIN 18800-2, (305) [13] unter Beachtung von weiteren Zusatzbedingungen erlaubt. Bei diesem Nachweisverfahren sind die Einflüsse aus zu berücksichtigenden Imperfektionen in den Gleichungen für die Stabilitätsnachweise in Abhängigkeit von der Schlankheit bereits enthalten.

Für die vorliegenden Systeme kann dieses Vorgehen grundsätzlich nicht empfohlen werden. Bei den als Teil des Druckstabes wirkenden sehr toleranzempfindlichen Blechen ist ein schlankheitsabhängiger Imperfektionsansatz im Allgemeinen unzureichend. Lokale Imperfektionen (Blechvorkrümmungen), Mindestimperfektionen sowie Ausführungstoleranzen bleiben hierbei größtenteils unberücksichtigt.

### 4.3.3 Äquivalente geometrische Ersatzimperfektionen

Zur Erfassung von geometrischen und strukturellen Imperfektionen können geometrische Ersatzimperfektionen gem. [9], Tafel 5.1 oder [10], Tafel NA.1 in Form von Vorkrümmungen ( $e_0/L$ ) in Abhängigkeit von der Nicklinie des verwendeten Querschnittes angesetzt werden. Die Gestalt des imperfekten Systems kann sich am rein mit geometrischen Toleranzen  $e_{T,i}$  versehenen und mit  $e_0$  skalierten Modell orientieren. Die Berechnung der maßgebenden Schnittkräfte erfolgt dann nach Theorie II. Ordnung am imperfekten System mit anschließender Querschnittsbemessung unter Beachtung der jeweiligen Forderungen entsprechend den verwendeten Vorkrümmungen.

Der Ansatz von geometrischen Ersatzimperfektionen in Gestalt der maßgebenden Eigenform mit einer auf die Schlankheit bezogenen skalierten Vorkrümmung gem. [9], 5.3.2, (11) wird aus den im Abschnitt 4.3.2 angeführten Gründen nicht empfohlen und daher nicht weiterverfolgt. Abgesehen davon wäre dies für ein praktisches Ingenieurmodell im vorliegenden Fall nicht geeignet.

### 4.3.4 Vorschlag Imperfektionsansätze

Für die Betrachtungen an einem Ingenieurmodell werden die folgenden Imperfektionsansätze (s. Bild 3) vorgeschlagen:

- Ansatz einer maximalen äquivalenten geometrischen Ersatzimperfektion  $e_0$  (Gl. (14a)) gem. [10], Tabelle NA.1 bei elastischer Querschnittsausnutzung für die Nicklinie des Reststabes, jedoch mindestens Nicklinie c. Mit der vorgenannten Mindestforderung (Vorkrümmungsdivisor  $m_s \leq 250$ ) wird Rechnung getragen, dass die wesentliche Dominanz bezüglich geometrischer Toleranz und Einfluss auf Theorie II. Ordnung im Bereich der Knotenblechanschlüsse liegt.
- Für die Herstellung der geschweißten Knotenbleche wird Toleranzklasse A gem. DIN EN ISO 13920 [12] vereinbart.
- Die größte Ersatzimperfektion (Ausmitte) innerhalb des Reststabes  $e_{0,S}$  (Gl. (14b)) beträgt  $e_0$  (Gl. (14a)) bzw.  $2 \cdot e_{0,KS}$ .
- Die Ersatzimperfektion am Übergangspunkt beträgt  $e_{0,KS}$  gem. Gl. (14c).
- Die Mindestersatzimperfektion im Knotenblechbereich  $\min e_{0,KS}$  wird gem. Gl. (14d) angesetzt. Hierdurch wird eine mögliche Exzentrizität in den Anschlussbereichen erfasst und mit 25 % der grundlegenden Herstelltoleranz für die Abweichung von der Geradheit gem. [11], Tabelle D.1.10, Nr. 2 berücksichtigt.
- Im Knotenblechbereich wird eine lokale Vorkrümmung  $e_{0,K}$  gem. Gl. (14e) angenommen, welche sich an der Ersatzimperfektion am Übergangspunkt orientiert. Diese wird aufgrund der extremen Toleranzempfindlichkeit der Bleche (vgl. Bild 19) und zur Kompensation von rechnerisch nicht erfassten Blecheigenverformungen bei der Schnittgrößenermittlung, ungeachtet zu den Forderungen in [9], Abschnitt 5.3.2, immer angesetzt. Die Form der lokalen Vorkrümmung erfolgt trapezförmig (vgl. Bild 3), um so eine lineare Zunahme der Imperfektion außerhalb des Überlappungs- bzw. Stoßbereiches der Bleche zu simulieren und um die Handhabung bei Benutzung von EDV-Programmen einfach zu gestalten.

$$e_0 = e_T \cdot \frac{750}{m_s} \quad (14a)$$

$$e_{0,S} = e_0 \geq 2 \cdot e_{0,KS} \quad (14b)$$

$$e_{0,KS} = e_{T,KS} \cdot \frac{750}{m_s} \geq \min e_{0,KS} \quad (14c)$$

$$\min e_{0,KS} = \frac{6}{4} \cdot \frac{750}{250} = 4,5 \text{ mm} \leq \frac{t}{4} \quad (14d)$$

$$e_{0,K} = \frac{1}{3} \cdot e_{0,KS} \geq \frac{I_K}{250} \quad (14e)$$

$$\Delta e_{0,KS} = \frac{1}{8} \cdot e_{0,KS} \quad (14f)$$

Die vorgenannten Empfehlungen sind grundsätzlich für die symmetrische und die antisymmetrische Eigenform anwendbar. Durch diese identischen Ansätze und die Feststellung, dass die kleinste Verzweigungslast uneingeschränkt immer von der symmetrischen Eigenform bestimmt wird, braucht die antisymmetrische Eigenform bei der Bemessung nicht weiter verfolgt zu werden. Sie ist nicht bemessungsrelevant.

Bei gespreizten Anschlüssen mit biegesteifem Anschlussbereich wird noch eine gegenläufige Vorverdrehung der beiden Blechbereiche als weitere Imperfektion berücksichtigt. Die Notwendigkeit ergibt sich aus der extremen Systemempfindlichkeit bei Variation dieser geometrischen Größe (s. hierzu Abschnitt 7.2). Die gegenläufige Vorverdrehung wird über entgegengesetzt gerichtete Verschiebungen  $\Delta e_{0,KS}$  der Bleche am Übergangspunkt gem. Gl. (14f) abgebildet (vgl. Bild 20).

#### 4.4 Bemessungsvorschlag

Für den in Bild 3 dargestellten Fachwerkstab kann mit Ansatz der in 4.3.4 vorgeschlagenen Ersatzimperfektionen ein einfacher Stabilitätsnachweis mit elastischer Querschnittsausnutzung geführt werden. Die Erfassung der Einflüsse aus Theorie II. Ordnung erfolgt über den Vergrößerungsfaktor (Gl. (15a)) und falls erforderlich mit Berücksichtigung des korrigierenden *Dischinger*-faktors  $\delta$  in Gl. (15b).

$$f_{II} = \frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cr}}} \quad (15a)$$

$$f_{II,\delta} = \frac{1 + \delta \cdot \frac{N_d}{N_{cr}}}{1 - \frac{N_d}{N_{cr}}} \quad (15b)$$

mit  $\delta$  (korrigierender *Dischinger*-faktor) z. B. gem. [3] oder auf der sicheren Seite liegend gewählt.

Die maßgebende Verzweigungslast  $N_{cr}$  (Gl. (16a)) resultiert aus der symmetrischen Eigenform und kann mithilfe der Verhältniszahl  $v_{G,S/0}$  gem. Bild 9a und der Verzweigungslast des Referenzsystems (vgl. Bild 4) ermittelt werden. Alternativ kann  $N_{cr}$  über  $\beta_{S,G}$  (gem. Bild 12a) mit Gl. (16b) bestimmt werden. Für den Eingangsparameter  $I_K$  in den Bildern 9a oder 12a ist das Trägheitsmoment des Bleches  $I_B$  einzusetzen.

$$N_{cr} = v_{G,S/0} \cdot N_{cr,0} = v_{G,S/0} \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_S}{L^2} \quad (16a)$$

$$N_{cr} = \frac{N_{cr,0}}{\beta_{S,G}^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_S}{L^2 \cdot \beta_{S,G}^2} \quad (16b)$$

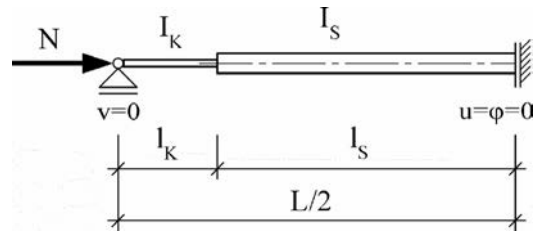


Bild 14. Zweistabsystem zur Ermittlung von  $N_{cr}$   
Fig. 14. Two-member-system for determination of  $N_{cr}$

$$\eta = \frac{N_{cr}}{N_d} \quad (16c)$$

Alternativ lässt sich die maßgebende Verzweigungslast auch an dem Modell eines Zweistabsystems gem. Bild 14 mithilfe eines Stabwerksprogrammes (z. B. [5], [18], [19]) leicht bestimmen. Für  $I_K$  ist hier ebenfalls das Trägheitsmoment des Bleches  $I_B$  einzusetzen.

Für die Knotenbleche und den Reststab, der eine zusätzliche Ausmitte  $e_S$  besitzen kann, ergeben sich die Schnittkräfte nach Theorie II. Ordnung gem. Gln. (17). Auf die Kennzeichnung als Bemessungswerte wird im Weiteren verzichtet.

$$\begin{aligned} M_B &\equiv \frac{N_d \cdot N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \cdot \left( e_{0,KS} + \frac{N_d}{N_{cr}} \cdot e_{0,K} \right) + N_d \cdot \frac{4 \cdot l_K \cdot e_S}{L} \times \\ &\quad \times \left( 1 + 0,25 \cdot \frac{N_d}{N_{cr}} \right) \cdot \left( \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N_d} - 1 \right) \\ &= N_d \cdot \left[ f_{II} \cdot \left( e_{0,KS} + \frac{1}{\eta} \cdot e_{0,K} \right) + \frac{4 \cdot l_K \cdot e_S}{L} \times \right. \\ &\quad \times \left. \left( 1 + \frac{1}{4 \cdot \eta} \right) \cdot (f_{II} - 1) \right] \end{aligned} \quad (17a)$$

$$\begin{aligned} M_S &\equiv \frac{N_d \cdot N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \cdot \left( e_S + e_{0,S} + \frac{N_d}{N_{cr}} \cdot e_{0,K} \right) \\ &= N_d \cdot f_{II} \cdot \left( e_S + e_{0,S} + \frac{1}{\eta} \cdot e_{0,K} \right) \end{aligned} \quad (17b)$$

$$N_B = N_S = N_d \quad (17c)$$

Die auf der sicheren Seite liegende Wichtung der Imperfektion  $e_{0,K}$  in den Gln. (17a) und (17b) erfolgte anhand von Parameterstudien innerhalb von EDV-Berechnungen ([18] und [5]) nach Theorie II. Ordnung in Verbindung mit gleichzeitigem Ansatz von  $e_{0,KS}$  bzw.  $e_{0,S}$ . Die Berechnung des Blechbiegemomentenanteiles infolge der Stabausmitte  $e_S$  in Gl. (17a) basiert auf einem parabelförmigen Ansatz der Zusatzmomente infolge Theorie II. Ordnung mit linearem Verlauf im Knotenblechbereich.

Die Stabilitätsnachweise sind unter Beachtung des Nationalen Anhangs (DIN EN 1993-1-1/NA [10]) zu 6.1(1) Anmerkung 2B mit Gl. (18) zu führen.

$$\frac{\left( \frac{M_i}{W_{el,i}} + \frac{N_i}{A_i} \right)}{\frac{f_y}{1,1}} \leq 1 \quad (18)$$

## 4.5 Hinweise

### 4.5.1 (Elastische) Einspannungen

Ist der Fachwerkstab in die anschließende Konstruktion (elastisch) eingespannt, kann dies bei der Bestimmung der Verzweigungslast  $N_{cr}$  mit Gl. (5) und bei Volleinspannung mithilfe von Bild 10a oder 12b erfasst werden. Alternativ kann auch die Ermittlung mittels EDV über ein angepasstes Zweistabsystem gem. Bild 14 erfolgen. Aufgrund der vorhandenen statischen Unbestimmtheit gestaltet sich dann die Ermittlung der maßgebenden Biegemomente dementsprechend mit mehr Aufwand.

### 4.5.2 Seitliche Stoßbleche

Wird der Stoßbereich durch beidseits angeordnete Bleche (Bild 2a) gebildet, müssen diese so dimensioniert sein, dass gegenüber den zu stoßenden Blechen keine Schwächung bezüglich Steifigkeit und Tragfähigkeit auftritt. Beim gelenkig gelagerten Fachwerkstab wird dies erreicht, wenn  $t_2 \geq 0,5 \cdot t_1$  erfüllt wird.

Für den eingespannten Fachwerkstab und bei der Stoßausbildung beim gespreizten Knotenblechanschluss ist dieses Kriterium nur bedingt ausreichend. Durch die antisymmetrische Beanspruchung des Stoßbereiches bei seitlicher Verschiebung am Übergangspunkt KS (Bild 15) ist die Ausbildung eines Kräftepaars über die versetzt angeordneten Stoßbleche wegen  $N = M = 0$  in der Antimetrieachse nicht möglich. Die Dehnsteifigkeiten der Bleche tragen in diesem Bereich nicht zur Gesamtsteifigkeit bei. Im unmittelbaren Überbrückungsbereich stehen deshalb lediglich die beiden Einzelbiegesteifigkeiten der Stoßbleche zur Verfügung. Die damit verbundene Schwächung auf  $1/4$  der Anschlusssteifigkeit bei  $t_2 = 0,5 \cdot t_1$  wird durch Erhöhung der Steifigkeiten in den anschließenden Überlappungsbereichen ausgeglichen. Bei einreihigen Schraubenstößen (Bild 15a) kann dies durch vorgespannte gleitfeste Verbindungen (Kategorie C + E) erfolgen. Die Bleche werden in den Kontaktflächen über die Vorspannung und die ver-

schiebungsstarre Ausbildung zu einem Gesamtquerschnitt verbunden. Bei mehrreihigen Schraubenstößen (Bild 15b) kann die erforderliche Versteifung über Passschraubenverbindungen erzielt werden, indem die Dehnsteifigkeiten der Stoßbleche jeweils zwischen den Schraubenreihen aktiviert werden. Der lokale drastische Steifigkeitsverlust, der hier günstigerweise im Bereich geringer Momentenbeanspruchung (Bild 15c) liegt, wird durch die vorgenannten Maßnahmen kompensiert.

Liegen dickere Stoßbleche und/oder mehrreihige vorgespannte gleitfeste Schraubenverbindungen vor, kann die hierdurch bedingte weitere Steifigkeitserhöhung im Knotenblechbereich durch Berücksichtigung der tatsächlich vorliegenden Verhältnisse entsprechend berücksichtigt werden.

Die verwendeten Verbindungsmittel müssen so dimensioniert sein, dass neben der planmäßigen Stabnormalkraft auch die zusätzlichen Beanspruchungen aus der oben beschriebenen Querschnittsaktivierung und der zusätzlichen Anteile aus Theorie II. Ordnung sicher aufgenommen werden können. Empfohlen werden für sämtliche Schraubenstoßausbildungen vorgespannte gleitfeste Verbindungen.

## 5 Fachwerkstab mit einfachem exzentrischen Anschluss (eAe)

Der in Bild 16 dargestellte Fachwerkstab ist dadurch gekennzeichnet, dass in den am Reststab befindlichen Knotenblechen planmäßig Lastexzentrizitäten  $e_K$  existieren und in den Stoßbereichen entsprechende Blechüberlappungen vorhanden sind (Bild 2b). Die Lastexzentrizität führt aufgrund der Blechbiegung zu einer deutlichen Traglastreduzierung im Bereich der betroffenen Knotenbleche. Die Bereiche der Blechüberlappungen weisen gegenüber den Einzelblechen eine größere Steifigkeit auf.

### 5.1 Einfluss der Steifigkeitsunterschiede in den Knotenblechbereichen infolge Blechüberlappungen

Um den Einfluss der Steifigkeitsunterschiede, der durch die Überlappungsbereiche entsteht, beurteilen zu können, werden verschiedene Verbindungsvarianten der zu stoßen-

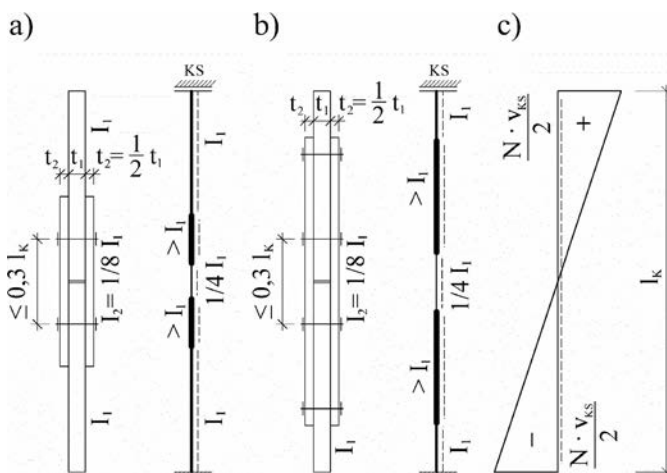


Bild 15. Stoßausbildung beim eingespannten Fachwerkstab mit mittigen Anschlüssen: a) einreihig, b) mehrreihig und c) Momentenfläche

Fig. 15. Joint construction for restraint supported truss member with centric jointed plates: a) one bolt row, b) multiple bolt rows, c) diagram of moments

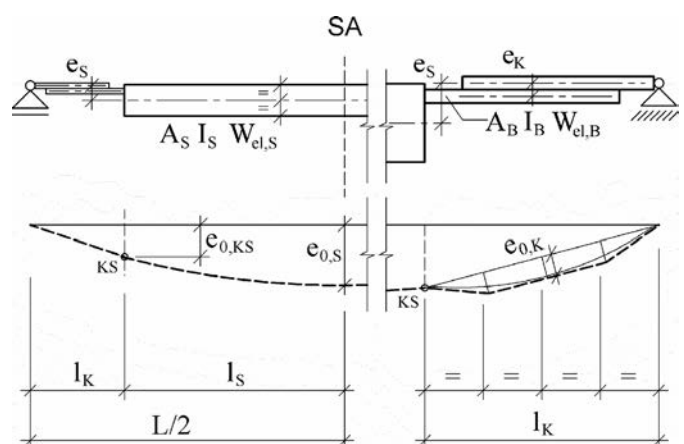


Bild 16. Fachwerkstab mit einfachem exzentrischen Anschluss und äquivalenter Ersatzimperfection

Fig. 16. Truss member with single excentric joint and equivalent imperfection



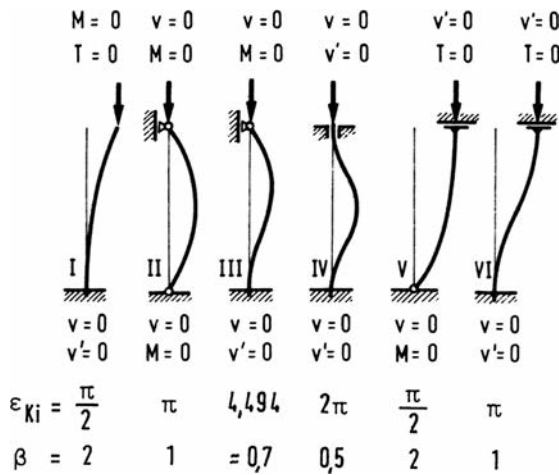


Bild 17. Randbedingungen der Eulerfälle I bis VI aus [3] und [4]

Fig. 17. End conditions of Euler's cases I to IV from [3] and [4]

den Bleche (vgl. Bild 18) berücksichtigt und für die Randbedingungen der *Eulerfälle* I bis VI (vgl. Bild 17) untersucht. Die untersuchten Verbindungsarten werden mit entsprechenden Randbedingungen dargestellt, um einen möglichst großen Bereich von Anschlussausbildungen abdecken zu können.

Hierzu werden mit Hilfe der Software RSTAB [5] die Verzweigungslasten für die Randbedingungen der *Eulerfälle* I bis VI für die drei in Bild 18 dargestellten Verbindungsvarianten berechnet. Diese werden den Verzweigungslasten gegenübergestellt, die sich unter den gleichen Randbedingungen und unter Ansatz eines durchgehenden Bleches mit konstanter Steifigkeit  $EI_B$  ergeben. Die sich hieraus ergebenden Verhältnisse sind in den zugehörigen Grafiken von Bild 18 in Abhängigkeit der geometrischen Verhältnisse dargestellt. Die Verbindungen der drei untersuchten Varianten werden hierbei als starr (nicht nachgiebig) angesehen. Die geometrische Ausmitte  $e_K$  wird aus Vereinfachungsgründen und auf der sicheren Seite liegend nicht erfasst. Hierdurch bleiben bei gelenkigen und biegesteifen Anschlüssen mögliche Steifigkeitswiderstände unberücksichtigt. Möchte man diese erfassen, müssen dann auch entsprechend die Nachgiebigkeiten der Verbindungsmittel beachtet werden.

Für die weiteren Untersuchungen der Fachwerkstabanschlüsse sind im Wesentlichen nur die Ergebnisse für die Randbedingungen EF V und VI von Bedeutung. Der Vollständigkeit halber sind jedoch alle sechs *Eulerfälle* dargestellt.

### 5.1.1 Gelenkige Verbindung am Beginn der sich überlappenden Bleche

Die gelenkige Verbindung der Bleche dürfte bereits aus rein herstellungstechnischen Gründen eine Ausnahme darstellen. In der Regel bedeutet die Ausbildung eines echten Gelenkes einen entsprechenden Mehraufwand in der Planung und Ausführung der Konstruktion, da Biegesteifigkeiten in den Anschlüssen schwer vermeidbar sind und Übertragbarkeiten von Biegemomenten nicht vollständig verhindert werden können. Eine zufällige oder ungewollte Gelenkausbildung kann z. B. bei temporären Montage-

oder Hilfskonstruktionen mittels dünner Kehlnähte, die lediglich stirnseitig an kräftigen Knotenblechen angeordnet werden, entstehen. Auch bei einreihigen nicht vorgespannten Schraubenverbindungen kombiniert mit ungünstigen Blechtoleranzen (Sattellagen) sind ungewollte Gelenkwirkungen denkbar.

Die Kurven für die sechs *Eulerfälle* in Bild 18a haben die Besonderheit, dass sie keinem gemeinsamen Endwert entgegenstreben. Aus der Kurve für RB EF V (Gelenk – Transversalgelenk) kann man erkennen, dass sich nur eine geringfügige Steifigkeitserhöhung (max. ca. 15 %) erzielen lässt. Für eingespannte Systeme RB EF VI (Einspannung – Transversalgelenk) ergibt sich mit zunehmender Überlappungslänge sogar ein stetiger Abfall der resultierenden Steifigkeit bis auf lediglich 50 % des Vergleichswertes. In diesen Fällen führt die vermeintliche Erhöhung der Steifigkeit durch Ausbildung großer Überlappungslängen ins Gegenteil, einem drastischen Abfall der Ersatzsteifigkeit. Solche Systeme (Verbindungen) sollten unbedingt vermieden werden. Erklären kann man das vorgenannte Phänomen damit, dass die innere Randbedingung (Gelenk) eine Schwächung gegenüber der äußeren Randbedingung (Verdrehungsbehinderung) darstellt. Bei einer sehr kleinen Überlappungslänge sind die beiden Einzelbleche rechnerisch miteinander biegesteif verbunden, was einem durchgehenden Blech entspricht. Bei maximaler Überlappungslänge gehen die beiden Einzelbleche hingegen in das System von zwei miteinander verbundenen Kragarmen über. Die Verzweigungslast ergibt sich dann aus dem zweifachen Wert des Kragarmes ( $\beta = 2$ ). Gegenüber dem durchlaufenden Blech des Vergleichssystems RB EF VI ( $\beta = 1$ ) bedeutet dies einen Abfall von 50 %.

### 5.1.2 Biegesteife Verbindung am Beginn der sich überlappenden Bleche

Der steifigkeitserhöhende Einfluss der Überlappungen wirkt sich erwartungsgemäß bei allen *Eulerfällen* mit zunehmender Überlappungslänge (Bild 18b) bis zum Faktor 2 aus. Bei der RB EF V ergibt sich ein fast gleichmäßiger Anstieg. Bei der RB EF VI beginnt die Erhöhung erst ab einem Überlappungsverhältnis von ca. 0,40, um dann überproportional anzusteigen.

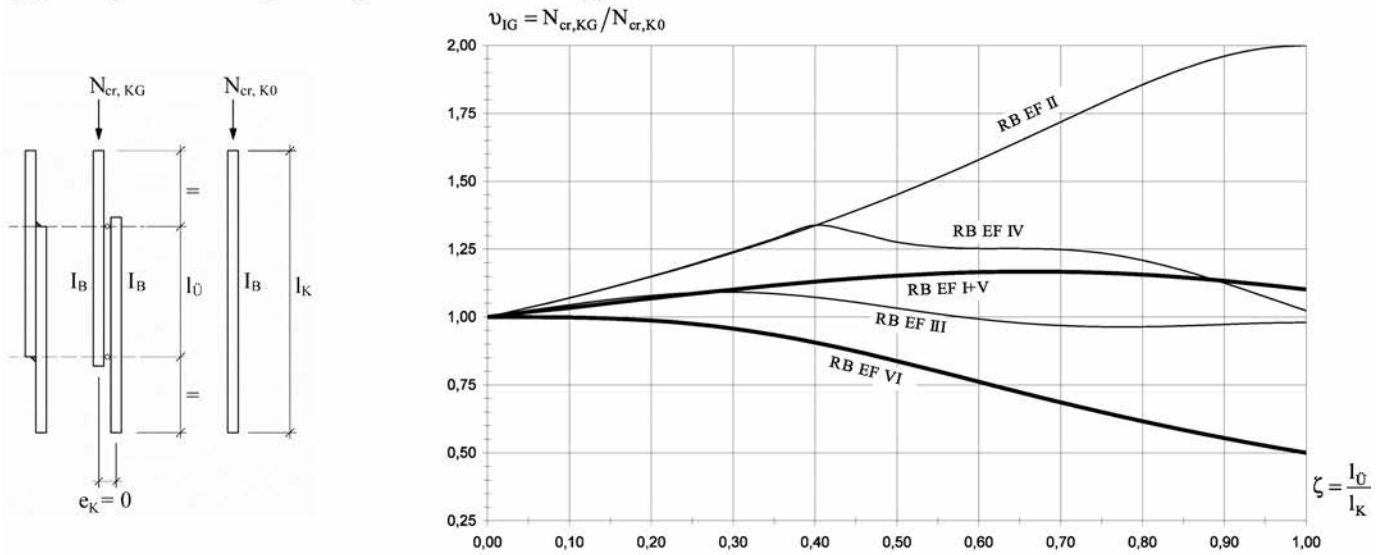
### 5.1.3 Starre Verbindung im Gesamtbereich der sich überlappenden Bleche

Bei stärkerem Anstieg verlaufen die Kurven in Bild 18c im Vergleich zur biegesteifen Verbindung ähnlich. Der gemeinsame theoretische Endwert aller *Eulerfälle* liegt bei maximaler Überlappungslänge bei 8. Die Steifigkeitserhöhung wirkt sich bei dieser Verbindung der Knotenbleche selbstverständlich am stärksten aus.

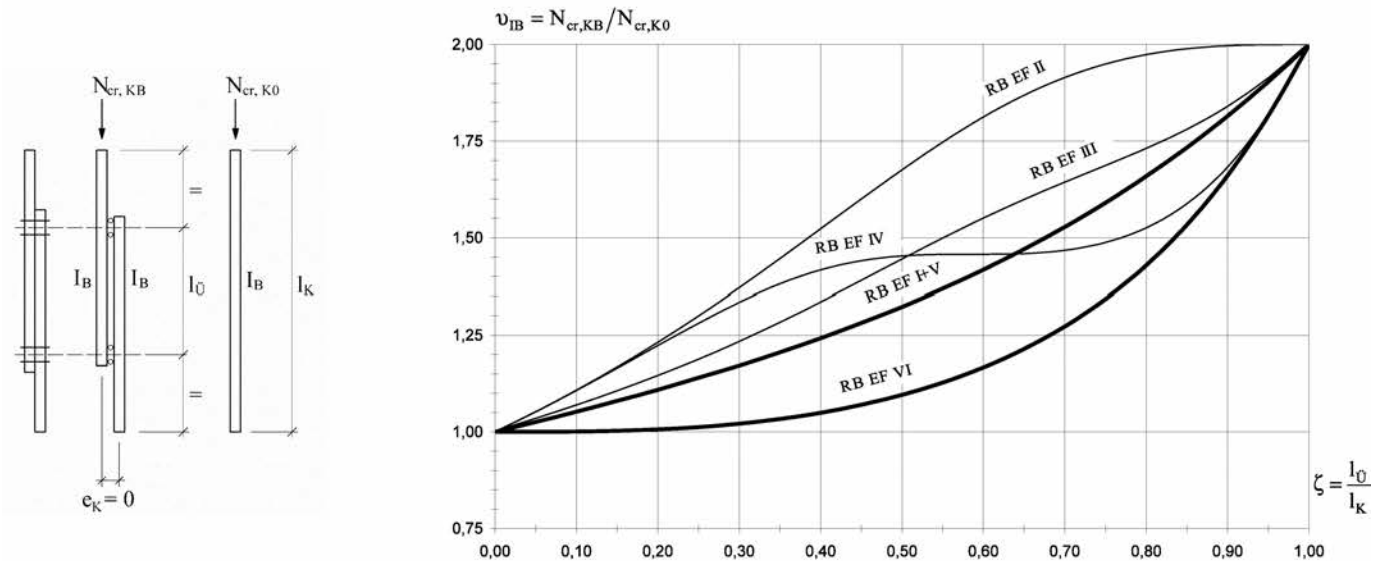
### 5.1.4 Zusammenfassung und Hinweise (Blechüberlappungen)

Bei einer Überlappungslänge von beispielsweise 2/3 der Knotenanschlusslänge ergibt sich für die RB EF V (Gelenk – Transversalgelenk) bei gelenkiger Verbindung der Einzelbleche eine Steifigkeitserhöhung von ca. 20 %. Bei biegesteifer Verbindung sind es ca. 50 % und bei starrer Verbindung ca. 125 %. Bei der RB EF VI (Einspannung –

## a) gelenkige Verbindung am Beginn der sich überlappenden Bleche



## b) biegesteife Verbindung am Beginn der sich überlappenden Bleche



## c) starre Verbindung im gesamten Bereich der sich überlappenden Bleche

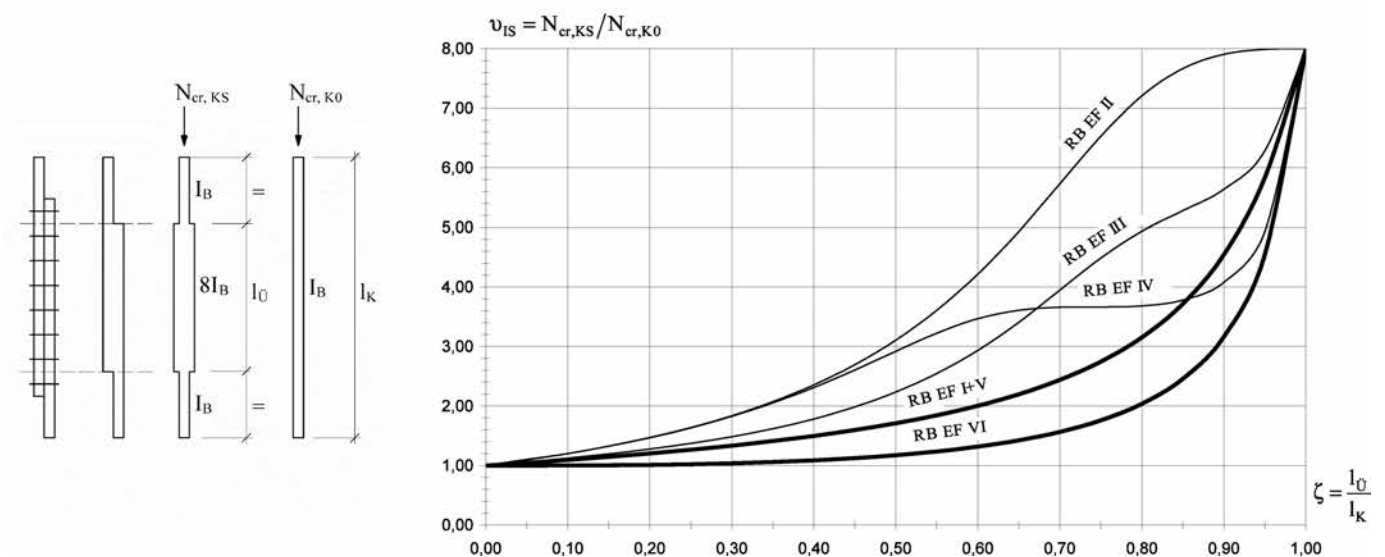


Bild 18. Verzweigungslasten unter Berücksichtigung der Überlappungsbereiche im Verhältnis zum einfachen Knotenblech  
 Fig. 18. Bifurcation load considering plate lapping in relation to a single joint plate



Transversalgelenk) ergibt sich bei gelenkiger Verbindung ein Steifigkeitsverlust (!) von ca. 30 %. Bei biegesteifer Verbindung erhöht sich die Steifigkeit um ca. 20 % und bei starrer Verbindung um ca. 50 %. Die generell größere Erhöhung bei RB EF V (Gelenk) gegenüber RB EF VI (Einspannung) erklärt sich dadurch, dass der Bereich mit großer Biegebeanspruchung nur in einem Einzelblech liegt. Bei RB EF VI werden beide Einzelbleche mit großen Biegemomenten beansprucht.

Eine weitere Erhöhung der für gelenkig und biegesteif verbundenen Knotenbleche ermittelten Steifigkeitsverhältnisse kann durch Berücksichtigung der Dehnsteifigkeit der Einzelbleche (mit Abstand  $e_K$ ) erfolgen, wenn auch gleichzeitig die Nachgiebigkeiten der verwendeten Verbindungsmittel und deren Lasteinleitungsbereiche berücksichtigt werden.

Für den gelenkig gelagerten Fachwerkstab können die Verhältniszahlen  $\nu_I$  aus Bild 18 für die RB EF V herangezogen werden. Für den eingespannten Fachwerkstab können die Verhältniszahlen für die RB EF VI zugrunde gelegt werden, wobei die Werte immer mehr auf der sicheren Seite liegen, je deutlicher die beiden tatsächlichen Einspanngrade des Knotenblechbereiches (am Auflagerbereich bzw. Reststab) voneinander abweichen.

Bei der Bestimmung und Festlegung der rechnerischen Überlappungslänge  $l_U$  muss beachtet werden, dass die vorgesehenen Schnittkräfte übertragen und die zugehörigen Randbedingungen eingehalten werden können. Siehe hierzu auch die schematischen Darstellungen der Systeme in Bild 18. Bei den weiteren Betrachtungen werden immer starre Verbindungen (Bild 18c) mittels vorgespannter gleitfester Schraubenverbindungen unterstellt.

## 5.2 Eigenwerte (Verzweigungslasten nach Elastizitätstheorie)

Die Bestimmung der Verhältniszahl  $\nu_{IS}$  erfolgt entsprechend der Geometrie des Knotenblechanschlusses mithilfe von Bild 18c für die Randbedingungen des *Eulerfalles* V. Mit dem Trägheitsmoment des Einzelbleches  $I_B$  wird das adäquate Trägheitsmoment  $I_K$  des Knotenblechanschlusses (Gl. (19)) berechnet.

$$I_K = \nu_{IS} \cdot I_B \quad (19)$$

Die Berechnung der maßgebenden Verzweigungslast  $N_{cr}$  kann dann entsprechend Gln. (16a) oder (16b) bzw. mittels EDV (Bild 14) erfolgen.

## 5.3 Biegebeanspruchung der Anschlussbleche

Das am Reststab angeschlossene Knotenblech besitzt eine konstruktionsbedingte Lastausmitte  $e_K$  (Bild 16). Diese Exzentrizität führt bereits am perfekten System zu einer deutlichen Traglastreduzierung des Knotenbleches gegenüber einer rein mittigen Einwirkung. Diese erhebliche Reduzierung ergibt sich bereits ohne Berücksichtigung von notwendigen geometrischen Ersatzimperfectionen und Zusatzbeanspruchungen infolge Theorie II. Ordnung.

Setzt man die Querschnittstragfähigkeit von Rechteckquerschnitten unter Berücksichtigung von ausmittigen Normalkraftbeanspruchungen ins Verhältnis zu einer mittigen Beanspruchung, ergeben sich je nach Art der Querschnitts-

ausnutzung entsprechende Funktionen der Traglastverhältnisse. Für elastische und plastische Querschnittsausnutzung sowie plastische Querschnittsausnutzung mit linearer Querschnittsinteraktion sind die Traglastverhältnisse in den Gln. (20a) bis (20c) sowie grafisch in Bild 19 dargestellt.

$$\mu_{El} = \frac{1}{1 + 6 \cdot \left(\frac{e}{t}\right)} \quad (20a)$$

$$\mu_{Pl} = \left[ 4 \cdot \left(\frac{e}{t}\right)^2 + 1 \right]^{\frac{1}{2}} - 2 \cdot \left(\frac{e}{t}\right) \quad (20b)$$

$$\mu_{Pl,I} = \frac{1}{1 + 4 \cdot \left(\frac{e}{t}\right)} \quad (20c)$$

Aus Bild 19 ist der drastische Tragfähigkeitsabfall von Rechteckquerschnitten (Bleche) bereits bei kleinen Exzentrizitäten deutlich erkennbar. Die Kurven zeigen grundsätzlich auch, dass der Ansatz von Ersatzimperfectionen für eine sichere Bemessung bei auf Druck beanspruchten Blechen auch mit sehr kleinen Schlankheiten zwingend erforderlich ist. Dies gilt für sämtliche Querschnitte, deren Hauptabmessungen annähernd gleiche Größenordnungen aufweisen wie mögliche Systemverformungen oder zu berücksichtigende Toleranzen.

Beim einfachen exzentrischen Anschluss mit gleichen Dicken der zu stoßenden Bleche ergibt sich aus der kon-

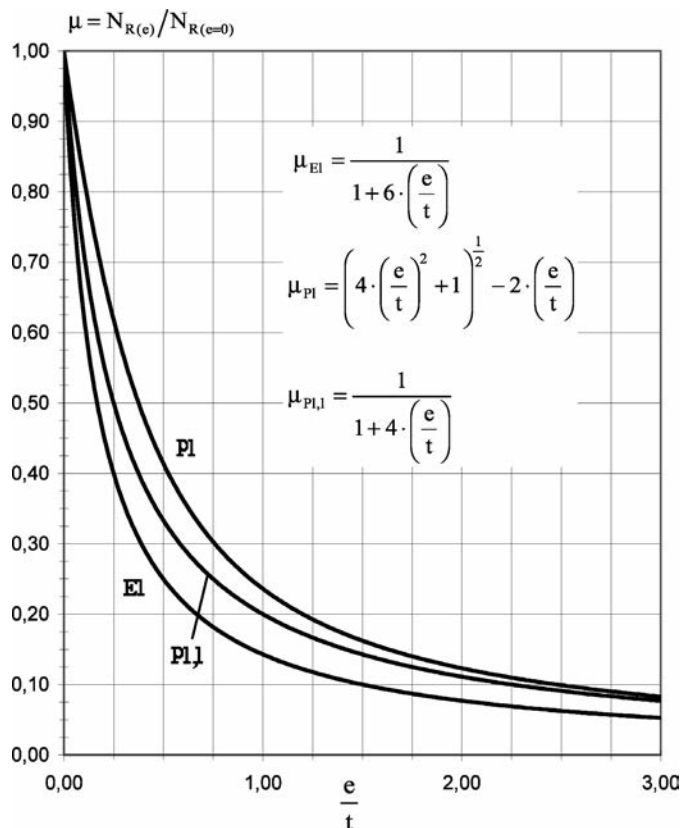


Bild 19. Normalkrafttragfähigkeit von Blechen unter Berücksichtigung der Exzentrizität

Fig. 19. Axial force bearing capacity of plates considering excentricity

struktionsbedingten ausmittigen Beanspruchung bereits eine Reduzierung der möglichen Traglast bei elastischer Querschnittsausnutzung auf 1/7 und bei plastischer Querschnittsausnutzung mit linearer Interaktion auf 1/5 gegenüber einer mittigen Beanspruchung. Wobei die anzusetzenden geometrischen Ersatzimperfektion bei einer plastischen Querschnittsbemessung wegen  $W_{pl}/W_{el} = 1,5$  noch mit einer 50%igen Erhöhung verbunden wäre (Tabelle NA.1 [10]).

#### 5.4 Bemessungsvorschlag

Die zur Ausführung kommenden Bleche müssen einen Querschnitt besitzen, der die 7-fache mittige Normalkraft mit entsprechenden Reserven für Imperfektionen und Anteilen aus Theorie II. Ordnung sicher aufnehmen kann. Hiermit muss eine erste Dimensionierung der Knotenbleche erfolgen. Der Ansatz der geometrischen Ersatzimperfektionen erfolgt gem. Abschnitt 4.3.4 (vgl. auch Bild 16).

Für die Knotenbleche und den Reststab ergeben sich die Schnittkräfte nach Theorie II. Ordnung gem. Gln. (21).

$$M_B \equiv \frac{N_d \cdot N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \cdot \left( e_K + e_{0,KS} + \frac{N_d}{N_{cr}} \cdot e_{0,K} \right) + N_d \times \frac{4 \cdot l_K \cdot (e_S - e_K)}{L} \cdot \left( 1 + 0,25 \cdot \frac{N_d}{N_{cr}} \right) \cdot \left( \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N_d} - 1 \right) \\ = N_d \cdot \left[ f_{II} \cdot \left( e_K + e_{0,KS} + \frac{1}{\eta} \cdot e_{0,K} \right) + \frac{4 \cdot l_K \cdot (e_S - e_K)}{L} \times \left( 1 + \frac{1}{4 \cdot \eta} \right) \cdot (f_{II} - 1) \right] \quad (21a)$$

$$M_S \equiv \frac{N_d \cdot N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \cdot \left( e_S + e_{0,S} + \frac{N_d}{N_{cr}} \cdot e_{0,K} \right) \\ = N_d \cdot f_{II} \cdot \left( e_S + e_{0,S} + \frac{1}{\eta} \cdot e_{0,K} \right) \quad (21b)$$

$$N_B = N_S = N_d \quad (21c)$$

Die Wichtung der Imperfektion  $e_{0,K}$  in den Gln. (21a) und (21b) sowie die Berechnung des Blechbiegemomentenanteiles infolge der Stabausmitte ( $e_S - e_K$ ) in Gl. (21a) erfolgte analog zu Abschnitt 4.4. Die Stabilitätsnachweise sind mit Gl. (18) zu führen.

#### 5.5 Hinweise

Ist die konstruktionsbedingte Ausmitte  $e_K$  größer als die Stabausmitte  $e_S$  sind genauere Untersuchungen erforderlich, andernfalls ist auf der sicheren Seite  $e_S = e_K$  zu setzen.

##### 5.5.1 Verbindungsmittel

Die Übertragung der Stabkraft erfolgt nicht gleichmäßig über die vorhandenen Verbindungsmittel des Knotenblechstoßes. Dies gilt insbesondere bei gelenkigen und biegesteifen Verbindungen gem. Bilder 18a und 18b. Je nach Geometrie und Ausbildung beträgt der Anteil an der zu

übertragenden Druckkraft fast 100 % für die Verbindungsmittel, die nah am Reststab liegen. Dies ist bei der Wahl und Bemessung der Verbindungsmittel ebenso zu beachten, wie die zusätzlichen Beanspruchungen aus Theorie II. Ordnung.

#### 5.5.2 (Elastische) Einspannungen

Siehe Hinweise unter Abschnitt 4.5.1.

#### 6 Fachwerkstab mit gespreizten mittigen Anschlüssen (gAm)

Bei dem in Bild 20 dargestellten Fachwerkstab mit gespreizten mittigen Anschlüssen (Bild 2c) muss grundsätzlich zwischen den Anschlussarten „biegesteif“ und „biegeweich“ unterschieden werden. Ein biegesteifer Anschluss (Bild 21a) liegt nur dann vor, wenn die Knotenbleche selbst biegesteif (vollwertig) im Auflagerbereich angeschlossen

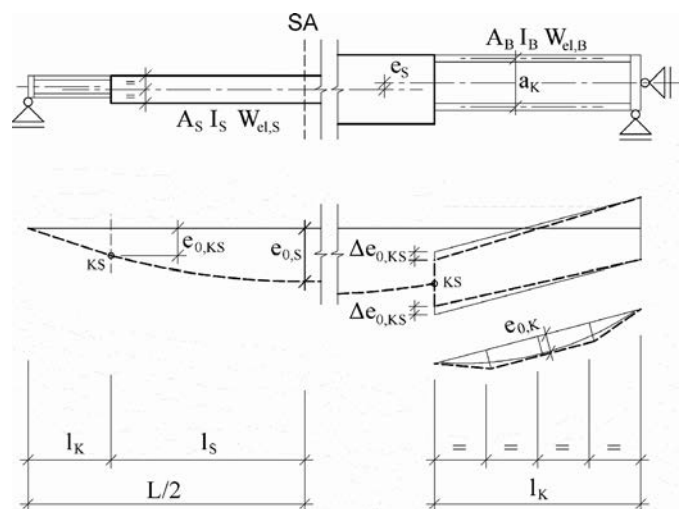


Bild 20. Fachwerkstab mit gespreiztem mittigen Anschluss und äquivalenter Ersatzimperfektion

Fig. 20. Truss member with spreaded centric joint and equivalent imperfections

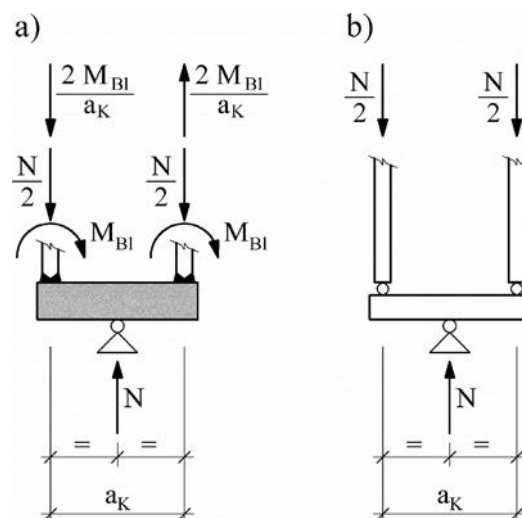


Bild 21. Statische (Auflager-)Modelle bei gespreiztem Anschluss: a) biegesteif, b) biegeweich

Fig. 21. Static (support-)models for spreaded joints: a) rigid, b) flexible

sind und die Konstruktion des Auflagerbereiches gleichzeitig in der Lage ist, die auftretenden Knotenblechbiegemomente ohne nennenswerte Verformungen aufzunehmen. In allen anderen Fällen liegt ein biegeweicher Anschluss der Knotenbleche (Bild 21b) vor. Die äußeren Lagerungsbedingungen (Gelenke) werden durch die Anschlussart nicht beeinflusst.

Dem biegesteifen Anschluss der Knotenbleche liegt das in Bild 21a dargestellte statische Modell zugrunde. Die gleichgerichteten Biegemomente der Knotenbleche müssen im Gleichgewicht mit den Verstellkräften in den Knotenblechen stehen. Hierdurch ergeben sich am verformten System unterschiedliche Normalkräfte in den Knotenblechen. Der biegeweiche Anschluss wird durch das statische Modell in Bild 21b repräsentiert. Die Normalkraftverteilung in den Knotenblechen wird durch Systemverformungen nicht beeinflusst.

## 6.1 Eigenwerte (Verzweigungslasten nach Elastizitätstheorie)

### 6.1.1 Biegeweicher Anschlussbereich

Beim biegeweichen Anschluss (Bild 21b) kann die maßgebende Verzweigungslast  $N_{cr}$  wie für den einfachen mittleren Anschluss gem. Abschnitt 4.4 mit Gl. (16a), Gl. (16b) oder mittels EDV (Bild 14) berechnet werden, wobei hier  $I_K = 2I_B$  zu setzen ist. Gegenüber dem einfachen Anschluss liegt die doppelte Blechsteifigkeit im Knotenblechbereich vor.

### 6.1.2 Biegesteifer Anschlussbereich

Beim biegesteifen Anschluss (Bild 21a) muss bei der Bestimmung der maßgebenden Verzweigungslast  $N_{cr}$  die Normalkraftverformung in den gespreizten Knotenblechen berücksichtigt werden. Sind die Bleche in Verbindung mit dem Abstand ihrer Spreizung zu dehnungsweich, sind sie nicht in der Lage, die aus Gleichgewichtsgründen zwingend erforderlichen Verstellkräfte infolge der Blecheinspannmomente aufzunehmen. Im Extremfall ( $a_K = 0$ ) können sich hierdurch bedingt keine Blecheinspannmomente einstellen, das Modell entspricht dann dem biegeweichen Anschluss.

In Bild 22 sind beispielhaft die Verzweigungslasten eines Fachwerkstabes mit variierender Spreizung  $a_K$  für

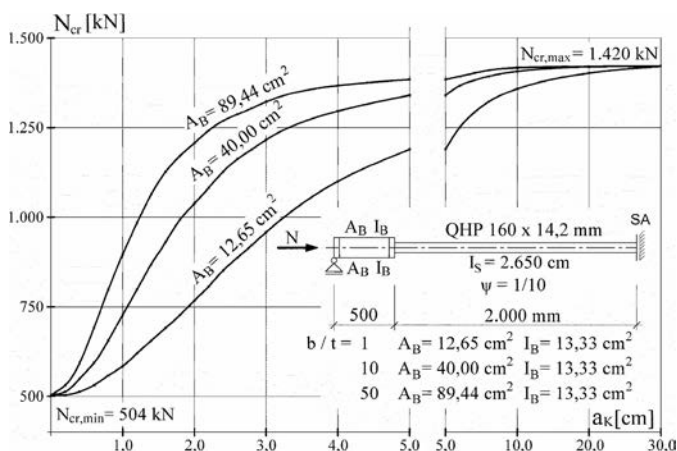


Bild 22. Einfluss der Querschnittsfläche und Spreizung auf  $N_{cr}$   
Fig. 22. Influence of cross-sectional area and spreading on  $N_{cr}$

drei verschiedene Querschnittsflächen  $A_B$  ( $b/t = 1, 10$  und  $50$ ) bei sonst identischen Verhältnissen grafisch dargestellt. Die Berechnung der Verzweigungslasten erfolgt mittels Stabwerksprogramm [18]. Alle Kurven beginnen erwartungsgemäß bei  $a_K = 0$  mit der Verzweigungslast des biegeweichen Anschlusses mit  $I_{K,min} = 2I_B$  bei ca. 504 kN. Die Verzweigungslasten nehmen mit steigender Spreizung zu. Bei großer Fläche  $A_B$  ist die Zunahme deutlicher und die Annäherung an den gemeinsamen oberen Grenzwert von ca. 1420 kN erfolgt bereits bei geringerer Spreizung.

Der obere Grenzwert ist erreicht, wenn die Normalkraftverformung gegenüber der Biegeverformung vernachlässigt werden kann. Der Knotenblechbereich besitzt dann am Auflager und im Übergangsbereich identische Verdrehungen. Ist dieser Zustand erreicht, kann durch weitere Vergrößerung der Querschnittsfläche oder der Spreizung eine Steigerung der Verzweigungslast nicht mehr erzielt werden.

Eine statisch unbestimmte Berechnung am Knotenblechrahmensystem (Bild 23a) unter Zugrundelegung einer Verschiebung  $v_{KS}$  im Übergangspunkt liefert die Schnittkräfte in den Knotenblechen gem. Gln. (22).

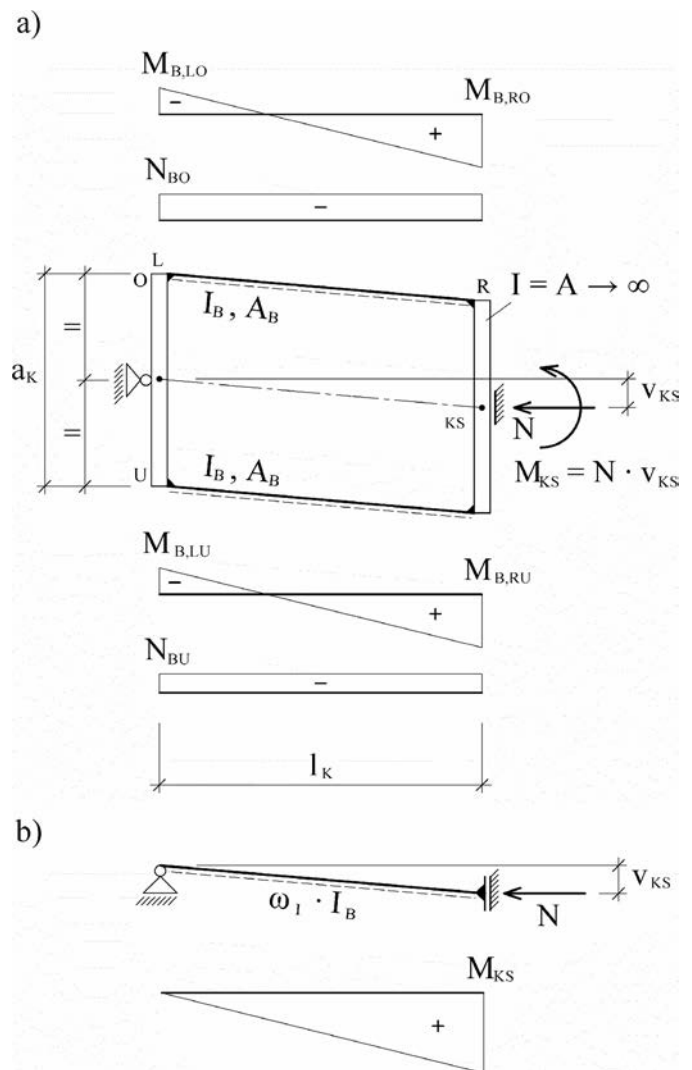


Bild 23. a) System des Knotenblechbereiches, b) Vergleichssystem  
Fig. 23. a) System of joint, b) simile system



$$M_{B,LO} = M_{B,LU} = \frac{\omega_{M,0} \cdot M_{KS}}{4} \quad (22a)$$

$$M_{B,RO} = M_{B,RU} = \frac{(2 - \omega_{M,0}) \cdot M_{KS}}{4} \quad (22b)$$

$$N_{B,O} = \frac{N}{2} + \frac{\omega_{M,0} \cdot M_{KS}}{2 \cdot a_K} \quad (22c)$$

$$N_{B,U} = \frac{N}{2} - \frac{\omega_{M,0} \cdot M_{KS}}{2 \cdot a_K} \quad (22d)$$

(N als Druckkraft positiv)

mit

$$\omega_{M,0} = \frac{A_B \cdot a_K^2}{4 \cdot I_B + (A_B \cdot a_K^2)} \quad (22e)$$

unter Berücksichtigung von  $A_B = b \cdot t$  und  $I_B = b \cdot t^3/12$  ergibt sich

$$\omega_{M,0} = \frac{3 \cdot a_K^2}{t^2 + 3 \cdot a_K^2} \quad (22f)$$

Die rechnerische „obere Schranke“ der Verzweigungslast erhält man bei Ansatz von dehnstarrten Knotenblechen. Für diesen Fall ergeben sich die Schnittkräfte mit  $\omega_{M,0} = 1$ . Setzt man in guter Näherung die Verzweigungslast des Anschlussbereiches umgekehrt proportional zur Verformung  $v_{KS}$ , ergibt sich für das Vergleichssystem (Bild 23b) aus der Forderung gleicher Verformung am Übergangspunkt eine erforderliche Biegesteifigkeit mit dem 8-fachen Trägheitsmoment des Einzelbleches (Gl. (23)). Das Verformungsverhalten entspricht einem starren Zusammenwirken beider Einzelbleche als Gesamtquerschnitt mit einer Blechdicke von  $2t$ . Der biegesteife Anschlussbereich weist somit als Obergrenze die 4-fache Steifigkeit des biegeweichen Anschlusses auf.

$$I_{K,max} = 4 \cdot I_{K,min} = 8 \cdot I_B \quad (23)$$

Zur Feststellung, ob unter gegebenen Randbedingungen der obere Grenzwert erreicht werden kann, ist eine Berechnung der Verschiebung  $v_{KS}$  unter Berücksichtigung der Normkraftverformung der Bleche durchzuführen. Mit den zuvor gewonnenen Schnittkräften gem. Gl. (22) lässt sich die Berechnung am Rahmensystem (Bild 23a) durchführen. Durch den Vergleich mit der Verschiebung des Ersatzsystems (Bild 23b) mit  $I_{K,max} = 8I_B$  für den oberen Grenzwert erhält man die Verhältniszahl  $\omega_{I,0}$  gem. Gl. (24b) für die Berechnung der gleichwertigen Ersatzsteifigkeit mit  $I_{K,0}$  (Gl. (24c)).

$$\omega_{I,0} = \frac{A_B \cdot a_K^2}{(3 \cdot \omega_{M,0}^2 - 6 \cdot \omega_{M,0} + 4) \cdot A_B \cdot a_K^2 + 12 \cdot \omega_{M,0}^2 \cdot I_B} \quad (24a)$$

unter Berücksichtigung von  $A_B = bt$  und  $I_B = bt^3/12$  und entsprechenden Umformungen ergibt sich

$$\omega_{I,0} = \frac{64}{32 - 24 \cdot \omega_{M,0}} \quad (24b)$$

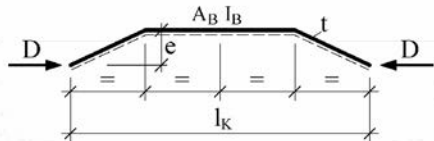

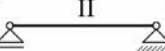
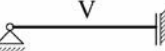
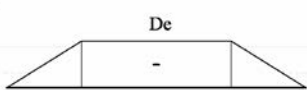
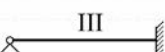
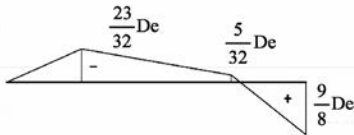


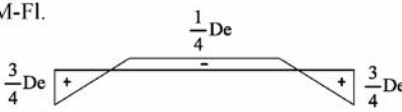
$$I_{K,0} = \omega_{I,0} \cdot I_B \quad (24c)$$

In der vorhergehenden Betrachtung sind Einflüsse aus lokalen Vorkrümmungen und Blecheigenverformungen auf die Dehnsteifigkeit der Bleche unberücksichtigt geblieben. Durch Abweichungen von der idealen (perfekten) Stabachse entstehen bei Druckbeanspruchungen zusätzliche Biegemomente, die auch für einen Abfall der angenommenen Dehnsteifigkeit verantwortlich sind. In Tabelle 1 sind die Verhältnisse der Blechdehnsteifigkeiten  $v_A$  für Randbedingungen der Eulerfälle I bis VI bei trapezförmiger Vorkrümmung mit den zugehörigen Biegemomenten angegeben. Sie drücken das Verhältnis der Dehnsteifigkeit unter Berücksichtigung der Verformung  $e$  zur Dehnsteifigkeit bei idealer gerader Stabachse nach Theorie I. Ordnung aus. Bei Querschnitten, deren Abmessungen deutlich größer als die anzusetzenden Vorkrümmungen oder die Stabeigenverformungen sind, spielt dieser Einfluss in der Regel keine Rolle. Bei den relativ kleinen Abmessungen der Knotenbleche (Dicke) ist dieser Einfluss jedoch nicht grundsätzlich vernachlässigbar.

Bei Systemen mit Verzweigungslasten am oberen Grenzwert ist wegen  $\omega_{M,0} = 1$  ( $M_{B,L} = M_{B,R}$ ) RB EF VI zutreffend. Am unteren Grenzwert ist wegen  $\omega_{M,0} = 0$  ( $M_{B,L} = 0$ ) RB EF V zugrunde zu legen. Im Bereich des oberen

Tabelle 1. Dehnsteifigkeitsverhältnisse  $v_A$

Table 1. Axial rigidity ratio  $v_A$

| Momentenflächen und Verhältniszahlen   |   |
|--|--|
| RB Eulerfall   |  |
| <br><br> | M-Fl.<br><br><br>$v_A = \frac{t^2}{8 \cdot e^2 + t^2}$      |
|    | M-Fl.<br><br><br>$v_A = \frac{t^2}{2,9375 \cdot e^2 + t^2}$ |
| <br>   | M-Fl.<br><br><br>$v_A = \frac{t^2}{1,25 \cdot e^2 + t^2}$   |

Grenzwertes übt ein Abfall der Dehnsteifigkeit aufgrund der allmählichen Annäherung (vgl. Bild 22) keinen nennenswerten Einfluss aus. Am unteren Grenzwert spielt die Dehnsteifigkeit grundsätzlich keine Rolle, da hier nur die Blechbiegesteifigkeiten die Verzweigungslast bestimmen. Der Haupteinflussbereich des Steifigkeitsabfalls befindet sich zwischen dem oberen und unteren Grenzwert der Verzweigungslast. Es wird eine Abminderung der Dehnsteifigkeit vorgenommen, die im Mittel zwischen den RB EF VI und EF V liegt. Mit den Werten von Tabelle 1 und der lokalen Vorkrümmung  $e_{0,K}$  (Gl. (14e)) ergibt sich der anzusetzende mittlere Abminderungsfaktor  $v_A$  in Gl. (25).

$$v_A = \frac{t^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{8 \cdot e_{0,K}^2 + t^2} + \frac{1}{1,25 \cdot e_{0,K}^2 + t^2} \right) \quad (25)$$

Bei Spreizungen  $a_K > 5t$  kann  $v_A = 1$  gesetzt werden.

Für den biegesteifen Anschlussbereich ergibt sich unter Berücksichtigung des Abminderungswertes  $v_A$  der Momentenbeiwert  $\omega_M$  gem. Gl. (26).

$$\omega_M = \frac{3 \cdot v_A \cdot a_K^2}{t^2 + 3 \cdot v_A \cdot a_K^2} \quad (26)$$

Der Einfluss aus einer möglichen gegenläufigen Vorverdrehung der beiden Knotenblechpaare auf die Verzweigungslast kann in guter Näherung mithilfe von Gl. (31a) aus Abschnitt 7.2 erfasst werden. Durch Ansatz der entgegengesetzt gerichteten Verschiebungen  $\Delta e_{0,KS}$  (Bild 20) anstelle von  $t$  sowie  $\zeta = 0$  ergibt sich die Verhältniszahl  $\omega_I$  gem. Gl. (27a) und das gleichwertige Ersatzträgheitsmoment  $I_K$  in (Gl. 27b).

$$\omega_I = \frac{64}{32 - \omega_M \cdot \left( 24 - 36 \cdot \frac{\Delta e_{0,KS}}{a_K} \right)} \quad (27a)$$

$$I_K = \omega_I \cdot I_B \quad (27b)$$

## 6.2 Bemessungsvorschlag

Die maßgebende Verzweigungslast  $N_{cr}$  kann wie für den einfachen mittigen Anschluss gem. Abschnitt 4.4 mit Gl. (16a), Gl. (16b) oder mittels EDV (Bild 14) berechnet werden, wobei hier  $I_K = \omega_I \cdot I_B$  (Gl. (27b)) für den biegesteifen Anschluss und  $I_K = 2I_B$  für den biegeweichen Anschluss (6.1.1) zu setzen ist.

### 6.2.1 Biegeweicher Anschlussbereich

Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung:

$$\begin{aligned} M_{KS} &\equiv \frac{N_d \cdot N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \cdot \left( e_{0,KS} + \frac{N_d}{N_{cr}} \cdot e_{0,K} \right) + N_d \cdot e_S + N_d \times \\ &\times \frac{4 \cdot l_K \cdot e_S}{L} \cdot \left( 1 + 0,25 \cdot \frac{N_d}{N_{cr}} \right) \cdot \left( \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N_d} - 1 \right) \\ &= N_d \cdot \left[ f_{II} \cdot \left( e_{0,KS} + \frac{1}{\eta} \cdot e_{0,K} \right) + e_S + \frac{4 \cdot l_K \cdot e_S}{L} \times \right. \\ &\times \left. \left( 1 + \frac{1}{4 \cdot \eta} \right) \cdot (f_{II} - 1) \right] \end{aligned} \quad (28a)$$

$$\begin{aligned} M_B &\equiv \frac{N_d \cdot N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot e_{0,KS} + \frac{N_d}{N_{cr}} \cdot e_{0,K} \right) + N_d \cdot \frac{2 \cdot l_K \cdot e_S}{L} \times \\ &\times \left( 1 + 0,25 \cdot \frac{N_d}{N_{cr}} \right) \cdot \left( \frac{N_{cr}}{N_{cr} - N_d} - 1 \right) \\ &= N_d \cdot \left[ f_{II} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot e_{0,KS} + \frac{1}{\eta} \cdot e_{0,K} \right) + \frac{2 \cdot l_K \cdot e_S}{L} \times \right. \\ &\times \left. \left( 1 + \frac{1}{4 \cdot \eta} \right) \cdot (f_{II} - 1) \right] \end{aligned} \quad (28b)$$

$$\begin{aligned} M_S &\equiv \frac{N_d \cdot N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \cdot \left( e_S + e_{0,S} + \frac{N_d}{N_{cr}} \cdot e_{0,K} \right) \\ &= N_d \cdot f_{II} \cdot \left( e_S + e_{0,S} + \frac{1}{\eta} \cdot e_{0,K} \right) \end{aligned} \quad (28c)$$

$$N_B = \frac{1}{2} \cdot N_d \quad (28d)$$

$$N_S = N_d \quad (28e)$$

### 6.2.2 Biegesteifer Anschlussbereich

Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung:

Oberes Knotenblech:

$$\begin{aligned} M_{OL} &\equiv -\omega_M \cdot \frac{3}{8} \cdot N_d \cdot e_{0,K} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{a_K} \cdot \left( e_{0,KS} + \frac{3}{2} \cdot e_{0,K} \right) \right] \\ &- \omega_M \cdot \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot e_{0,KS} - \omega_M \cdot \Delta M_{KS} \cdot \left( \frac{1}{4} + \frac{3 \cdot e_{0,K}}{8 \cdot a_K} \right) \end{aligned} \quad (29a)$$

$$\begin{aligned} M_{OR} &\equiv -\omega_M \cdot \frac{3}{8} \cdot N_d \cdot e_{0,K} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{a_K} \cdot \left( e_{0,KS} + \frac{3}{2} \cdot e_{0,K} \right) \right] + \\ &+ (2 - \omega_M) \cdot \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot e_{0,KS} + (2 - \omega_M) \cdot \Delta M_{KS} \times \\ &\times \left( \frac{1}{4} - \frac{3 \cdot e_{0,K}}{8 \cdot a_K} \right) \end{aligned} \quad (29b)$$

$$N_O \equiv \frac{1}{2} \cdot N_d + \frac{\omega_M \cdot N_d}{a_K} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot e_{0,KS} + \frac{3}{4} \cdot e_{0,K} \right) + \frac{\omega_M \cdot \Delta M_{KS}}{2 \cdot a_K} \quad (29c)$$

Unteres Knotenblech:

$$\begin{aligned} M_{UL} &\equiv -\omega_M \cdot \frac{3}{8} \cdot N_d \cdot e_{0,K} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{a_K} \cdot \left( e_{0,KS} + \frac{3}{2} \cdot e_{0,K} \right) \right] \\ &- \omega_M \cdot \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot e_{0,KS} - \omega_M \cdot \Delta M_{KS} \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{3 \cdot e_{0,K}}{8 \cdot a_K} \right) \end{aligned} \quad (29d)$$



$$M_{UR} \equiv -\omega_M \cdot \frac{3}{8} \cdot N_d \cdot e_{0,K} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{a_K} \cdot \left( e_{0,KS} + \frac{3}{2} \cdot e_{0,K} \right) \right] + \\ + (2 - \omega_M) \cdot \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot e_{0,KS} + (2 - \omega_M) \cdot \Delta M_{KS} \times \\ \times \left( \frac{1}{4} + \frac{3 \cdot e_{0,K}}{8 \cdot a_K} \right) \quad (29e)$$

$$N_U \equiv \frac{1}{2} \cdot N_d - \frac{\omega_M \cdot N_d}{a_K} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot e_{0,KS} + \frac{3}{4} \cdot e_{0,K} \right) - \frac{\omega_M \cdot \Delta M_{KS}}{2 \cdot a_K} \quad (29f)$$

mit

$$\Delta M_{KS} = N_d \cdot \left\{ f_{II} \cdot (1 - \omega_M) \cdot \frac{1}{\eta} \cdot e_{0,K} + (f_{II} - 1) \times \right. \\ \left. \times \left[ e_{0,KS} + e_S \cdot \frac{4 \cdot l_K}{L} \cdot \left( 1 + \frac{1}{4 \cdot \eta} \right) \right] \right\} \quad (29g)$$

Reststab:

$$M_S \equiv \frac{N_d \cdot N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \cdot \left[ e_S + e_{0,S} + \frac{N_d}{N_{cr}} \cdot (1 - \omega_M) \cdot e_{0,K} \right] \\ = N_d \cdot f_{II} \cdot \left[ e_S + e_{0,S} + \frac{1}{\eta} \cdot (1 - \omega_M) \cdot e_{0,K} \right] \quad (29h)$$

$$N_S = N_d \quad (29i)$$

Der Einfluss aus der infolge  $\Delta e_{0,KS}$  veränderten Geometrie auf die Schnittgrößen wurde vernachlässigt. Die Stabilitätsnachweise sind mit Gl. (18) zu führen.

### 6.3 Hinweise

Bei Ausbildung der Stoßbereiche durch beidseits angeordnete Bleche (Bild 2c) ist Abschnitt 4.5.2 (vgl. Bild 15) zu beachten. Bei rechnerischer Berücksichtigung von (elastischen) Einspannungen an den Auflagerpunkten des Fachwerkstabes sind weitergehende Untersuchungen erforderlich.

Fortsetzung und Schluss (Teil 2) in Heft 10/2012.

### Literatur

- [1] Schmidt, H., Fastabend, M., Swadlo, P., Lommen, H.-G.: Ein ungewöhnliches Stabilitätsproblem verursacht Schadensfall. Stahlbau 77 (2008), H. 12, S. 862–869.
- [2] Zuschrift zu: Schmidt, H., Fastabend, M., Swadlo, P., Lommen, H.-G.: Ein ungewöhnliches Stabilitätsproblem verursacht Schadensfall. Stahlbau 78 (2009), H. 12, S. 959–965.

- [3] Petersen, C.: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen – 2., durchges. Aufl. – Braunschweig/Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn 1982.
- [4] Petersen, C.: Stahlbau – Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten. Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn 1988.
- [5] RSTAB – Version 7, Raumstabprogramm, Handbuch. Tiefenbach: Ing-Software Dlubal GmbH 2011.
- [6] Kraus, M., Niebuhr, J.: Hangar für drei Großraumflugzeuge. Stahlbau 79 (2010), H. 1, S. 1–10.
- [7] Unterweger, H., Ofner, R.: Traglast von Verbandsstäben aus Hohlprofilen mit quasi-zentrischem Knotenblechanschluss. Stahlbau 78 (2009), H. 6, S. 425–436.
- [8] Unterweger, H., Taras, A.: Hohlprofile mit beidseits zentrisch eingeschlitzten Knotenblechen – Druckverhalten und Bemessungsvorschlag. Stahlbau 80 (2011), H. 11, S. 839–851.
- [9] DIN EN 1993-1-1, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1993-1-1: 2005 + AC:2009.
- [10] DIN EN 1993-1-1/NA: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1993-1-1: 2010-12.
- [11] DIN EN 1090-2: Ausführung von Stahltragwerken und Aluminiumtragwerken – Teil 2: Technische Regeln für die Ausführung von Stahltragwerken; Deutsche Fassung EN 1090-2: 2008.
- [12] DIN EN ISO 13920: Schweißen – Allgmeintoleranzen für Schweißkonstruktionen – Längen- und Winkelmaße, Form und Lage; Deutsche Fassung EN ISO 13920:1996.
- [13] DIN 18800-2:2008-11: Stahlbauten – Teil 2: Stabilitätsfälle – Knicken von Stäben und Stabwerken.
- [14] Sedlacek, G., Eisel, H., Hensen, W., Kühn, B., Paschen, M.: Leitfaden zum DIN-Fachbericht 103, Stahlbrücken. Berlin: Ernst & Sohn 2003.
- [15] Naumes, J.: Biegeknicken und Biegedrillknicken von Stäben und Stabsystemen auf einheitlicher Grundlage. Dissertation, Institut für Stahlbau und Leichtmetallbau, RWTH Aachen, 2009.
- [16] Kuhlmann, U., Froschmeier, B., Euler, M.: Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für den Hochbau – Erläuterung zur Struktur und Anwendung von DIN EN 1993-1-1. Stahlbau 79 (2010), H. 11, S. 779–792.
- [17] Stroetmann, R., Lindner, J.: Knicknachweise nach DIN EN 1993-1-1. Stahlbau 79 (2010), H. 11, S. 793–808.
- [18] ESK 1 – Ebenes Stabwerk – Version 01/12, Handbuch, Friedrich + Lochner GmbH, Stuttgart.
- [19] Knicklängen-Berechnung – Ing+ 2011, Handbuch, mb AEC Software GmbH, Kaiserslautern.

### Autoren dieses Beitrages:

Dipl.-Ing. Horst Dietz, horst.dietz@ingbuero-dietz.de,  
Dipl.-Ing. Markus Wörner, markus.woerner@ingbuero-dietz.de,  
Ingenieurbüro H. Dietz, Donaustraße 7, 63452 Hanau

# Druckbeanspruchte Fachwerkstäbe mit exzentrischen Knotenblechanschlüssen – Teil 2

Im Zusammenhang mit einem schweren Baustellenunfall, bei dem die Schadensursache auf einen mit exzentrisch gestoßenen Knotenblechen angeschlossenen Fachwerkstab zurückgeführt wurde, sind im Nachgang hierzu Fragen hinsichtlich einer ausreichenden Stabilitätsbemessung mit Erfassung der wesentlichen Einflüsse aus den Anschlussbereichen aufgetreten. Dazu zählen Auswirkungen infolge Steifigkeitsabfall und Blechexzentrizitäten, Imperfektionsannahmen sowie der Ansatz der maßgebenden Biegeknickfigur. Der nachfolgende Beitrag beschäftigt sich mit grundsätzlichen Überlegungen und gibt Hinweise und Anregungen für die praktische Bemessung (Teil 1 s. H. 8/2012).

## Trussed compression members with excentric junction plates.

*After a serious accident at a construction site, which cause was attributed to a trussed compression member jointed with excentric junction plates, questions occurred, concerning a sufficient design for stability considering effects related to the joint. Those effects include consequences due to a loss of stiffness and excentricity of junction plates, estimated imperfections and the decisive buckling mode. The following article deals with basic thoughts about the topic and gives advices and suggestions for a practical design.*

## 7 Fachwerkstäbe mit gespreizten exzentrischen Anschlüssen (gAe)

Im Bild 24 sind Fachwerkstäbe mit gespreizten exzentrischen Anschlüssen dargestellt. Bei der Knotenblechausbildung wird zwischen symmetrischer Blechanordnung (Bild 24a und 24b) und gleichgerichteter Blechanordnung (Bild 24c) unterschieden. Für die grundsätzliche Unterscheidung zwischen den Anschlussarten biegesteif und biegeweich gelten die Festlegungen von Abschnitt 6 in Teil 1 [20].

Diese Fachwerkstäbe sind dadurch gekennzeichnet, dass in den Knotenblechen durch die exzentrischen Stöße planmäßig Biegemomente vorhanden sind und in den Überlappungsbereichen deutlich höhere Steifigkeiten vorliegen als im normalen Blechbereich. Bei den nachfolgenden Untersuchungen wird eine starre Verbindung der sich überlappenden Bleche (vgl. Bild 18c [20]) unterstellt.

### 7.1 Eigenwerte bei biegeweichen Anschlussbereichen

Beim biegeweichen Anschlussbereich liegt das in Bild 21b [20] dargestellte Auflagersystem vor. Die Verzweigungslasten werden nicht durch die Dehnsteifigkeiten der Bleche be-

einflusst. Sie sind nur von den Steifigkeitsverhältnissen abhängig und können für alle drei Anschlussvarianten entsprechend Abschnitt 5.2 und Gl. (19) [20] berechnet werden, wobei bei der Berechnung von  $I_K$  hier das doppelte Trägheitsmoment des Bleches ( $2I_B$ ) einzusetzen ist. Ergänzend bietet sich die Möglichkeit, die maßgebende Verzweigungslast an dem Modell eines Vierstabsystems gem. Bild 25 mithilfe der EDV zu bestimmen.

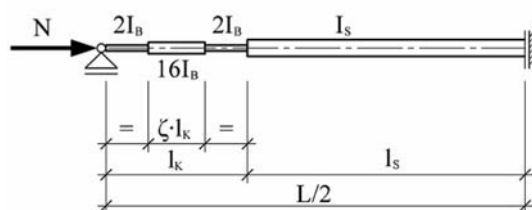
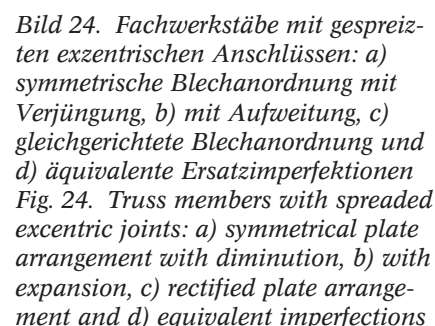


Bild 25. Vierstabsystem zur Ermittlung von  $N_{cr}$   
Fig. 25. Four-member-system for determination of  $N_{cr}$

### 7.2 Eigenwerte bei biegesteifen Anschlussbereichen

Für den biegesteifen Anschlussbereich (Bild 21a [20]) wurde für die drei Ausführungsvarianten eine Berechnung der Verzweigungslasten  $N_{cr,K}$  mit einem Stabwerksprogramm [18] unter Variation der Spreizung  $a_K$  durchgeführt und in Bild 26 grafisch dargestellt. Zum Vergleich wurden noch die Verzweigungslasten des gespreizten mittigen Anschlusses mit Steifigkeitserhöhung im Überlappungsbereich in die Grafik eingefügt. Die der Beispielrechnung zugrunde liegenden geometrischen Werte sind ebenfalls im Bild 26 angegeben.

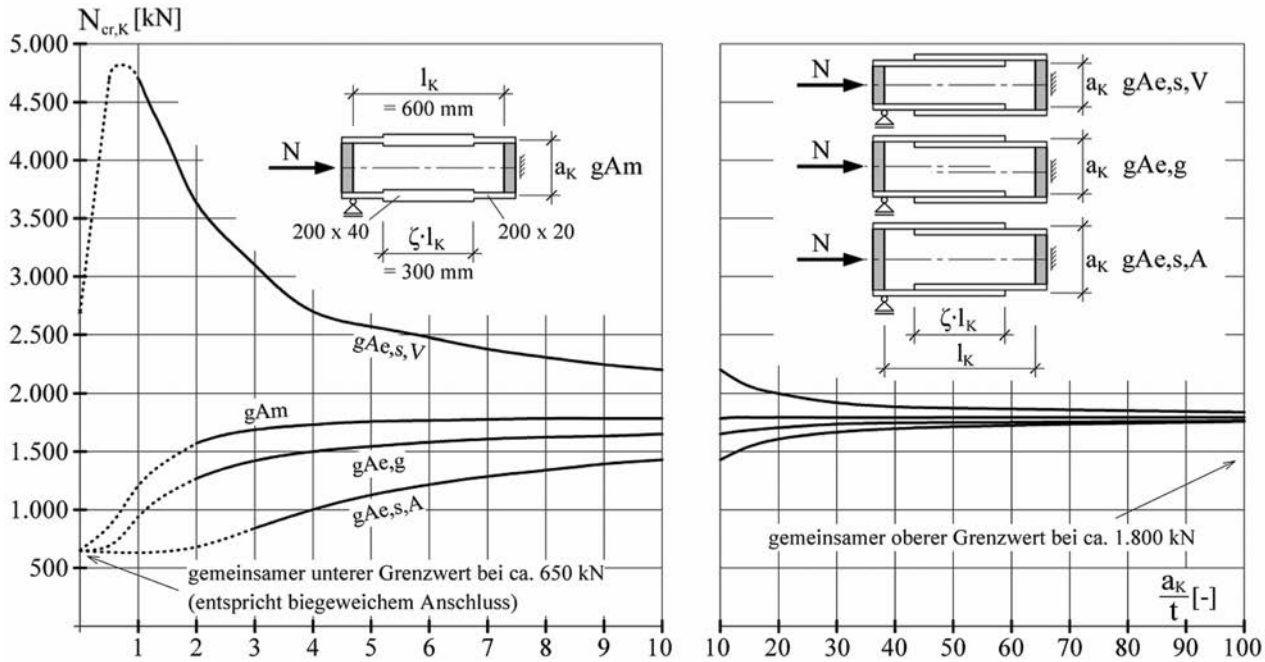
Die Anordnung der Knotenbleche hat einen erheblichen Einfluss auf die Größe der Verzweigungslast des Anschlussbereiches  $N_{cr,K}$ . Die kleinste Verzweigungslast besitzt die symmetrische Blechanordnung mit Aufweitung zum Auflagerbereich (gAe,s,A). Die gleichgerichtete Blechanordnung (gAe,g) erzielt etwas größere Verzweigungslasten, die jedoch noch unter denen des mittigen Knotenblechanschlusses (gAm) liegen. Eine Steigerung gegenüber dem mittigen Knotenblechanschluss lässt sich durch die symmetrische Blechanordnung mit Verjüngung zum Auflagerbereich (gAe,s,V) erreichen. Die Verzweigungslast nimmt hier mit kleiner werdender Spreizung  $a_K$  deutlich zu und erreicht in Teilbereichen ein Mehrfaches gegenüber einer Aufweitung zum Auflagerbereich (gAe,s,A). Bei sehr großer Spreizung  $a_K$  nähern sich die Verzweigungslasten der drei Aus-



Das Verhältnis des oberen zum unteren gemeinsamen Grenzwert der Verzweigungslasten beträgt hier ca. 2,77. Dies entspricht der Wichtung der Verhältniszahlen  $v_{IS}$  (Bild 18c [20]) von RB EF VI zu RB EF V für  $\zeta = 0,50$  mit dem Faktor 4 (vgl. Gl. (23) [20]), der sich bei konstanter Knotenblechsteifigkeit ergibt.

### 7.2.1 Symmetrische Blechanordnung mit Aufweitung (gAe,s,A)

Eine statisch unbestimmte Berechnung am Knotenblech-Rahmensystem analog zu Abschnitt 6.1.2 [20] liefert die Schnittkräfte für eine Einwirkung  $M_{KS}$  gem. Gln. (30).

Bild 26. Verzweigungslasten  $N_{cr,K}$  des Anschlussbereiches der drei AusführungsvariantenFig. 26. Bifurcation load  $N_{cr,K}$  of the tree joint layouts

$$M_{B,LO} = M_{B,LU} = \frac{\omega_{M,0} \cdot M_{KS}}{4} \quad (30a)$$

$$M_{B,RO} = M_{B,RU} = \left[ 2 - \omega_{M,0} \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] \cdot \frac{M_{KS}}{4} \quad (30b)$$

$$N_{B,O} = + \frac{\omega_{M,0} \cdot M_{KS}}{2 \cdot a_K} \quad (30c)$$

$$N_{B,U} = - \frac{\omega_{M,0} \cdot M_{KS}}{2 \cdot a_K} \quad (30d)$$

mit

$$\omega_{M,0} = \frac{24 - 21 \cdot \zeta - (36 - 21 \cdot \zeta - 12 \cdot \zeta^2) \cdot \frac{t}{a_K}}{24 - 21 \cdot \zeta - (48 - 42 \cdot \zeta) \cdot \frac{t}{a_K} + (56 - 49 \cdot \zeta) \cdot \frac{t^2}{a_K^2}} \quad (30e)$$

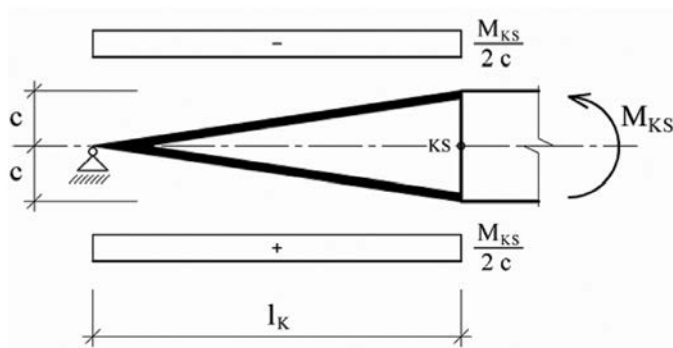
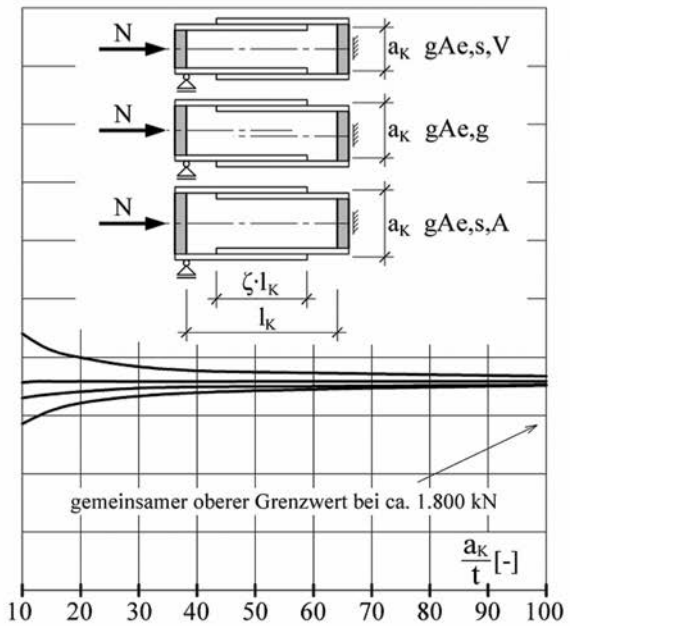


Bild 27. Fachwerkanalogie bei symmetrischer Blechanordnung und Verjüngung zum Auflagerbereich (gAe,s,V)

Fig. 27. Truss analogy for symmetrical plate arrangement with diminution towards the support (gAe,s,V)



Mit den vorstehenden Schnittkräften und dem Vergleich mit dem Ersatzsystem (Bild 23b [20]) erhält man analog zu Abschnitt 6 [20] (die Verhältniszahl  $\omega_{I,0}$  gem. Gl. (31a) für die Berechnung der gleichwertigen Ersatzsteifigkeit mit  $I_{K,0}$  (Gl. (31b)).

$$\omega_{I,0} = 64 / \left[ 32 - 24 \cdot \omega_{M,0} - 21 \cdot \zeta \cdot (1 - \omega_{M,0}) - 7 \cdot \zeta^3 + \omega_{M,0} \cdot \frac{t}{a_K} \cdot (36 - 21 \cdot \zeta - 12 \cdot \zeta^2) \right] \quad (31a)$$

$$I_{K,0} = \omega_{I,0} \cdot I_B \quad (31b)$$

Die Einflüsse aus lokalen Vorkrümmungen und Eigenverformungen auf die Dehnsteifigkeit der Bleche werden analog zu Abschnitt 6.1.2 [20] berücksichtigt. Hierzu sind in Tabelle 2 die Verhältnisse der Blechdehnsteifigkeiten  $\nu_A$  für Randbedingungen der Eulerfälle V und VI bei trapezförmiger Vorkrümmung mit den zugehörigen Biegemomenten angegeben.

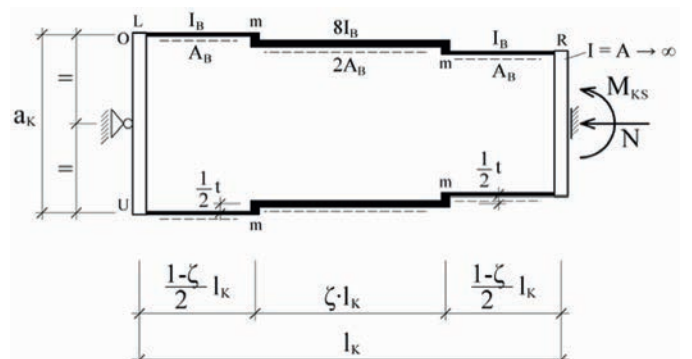
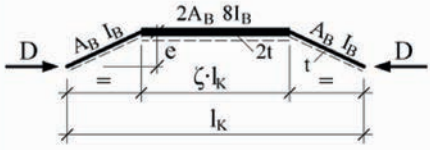
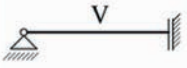
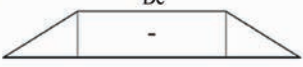
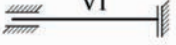
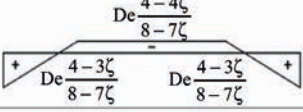


Bild 28. Statisches System – symmetrische Blechanordnung mit Aufweitung zum Auflager

Fig. 28. Static system – symmetrical plate arrangement with expansion towards the support



Tabelle 2. Dehnsteifigkeitsverhältnisse  $v_A$   
Table 2. Axial rigidity ratio  $v_A$

|   |   |
|---|---|
| Momenten-<br>flächen und<br>Verhältniszahlen                                      |    |
| RB Eulerfall  |   |
|  | <p>M-Fl. </p> $v_{A,G} = \frac{t^2 \left(1 - \frac{1}{2} \zeta\right)}{12e^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{24} \zeta\right) + t^2 \left(1 - \frac{1}{2} \zeta\right)}$              |
|  | <p>M-Fl. </p> $v_{A,E} = \frac{t^2 \left(1 - \frac{1}{2} \zeta\right)}{e^2 \left(\frac{16 - 24 \zeta + 8 \zeta^2}{16 - 14 \zeta}\right) + t^2 \left(1 - \frac{1}{2} \zeta\right)}$ |

Mit den Werten von Tabelle 2 und der lokalen Vorkrümmung  $e_{0,K}$  (Gl. (14e)) ergibt sich der anzusetzende mittlere Abminderungsfaktor  $v_A$  in Gl. (32a) und der Momentenbeiwert  $\omega_M$  gem. Gl. (32d).

$$v_A = \frac{1}{2} \cdot (v_{A,G} + v_{A,E}) \quad (32a)$$

$$v_{A,G} = \frac{t^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \zeta\right)}{12 \cdot e^2 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{24} \cdot \zeta\right) + t^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \zeta\right)} \quad (32b)$$

$$v_{A,E} = \frac{t^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \zeta\right)}{e^2 \cdot \left(\frac{16 - 24 \cdot \zeta + 8 \cdot \zeta^2}{16 - 14 \cdot \zeta}\right) + t^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \zeta\right)} \quad (32c)$$

Bei Spreizungen  $a_K > 5t$  kann  $v_A = 1$  gesetzt werden.

$$\omega_M = \left[ 24 - 21 \cdot \zeta - (36 - 21 \cdot \zeta - 12 \cdot \zeta^2) \cdot \frac{t}{a_K} \right] / \left[ 24 - 21 \cdot \zeta - (48 - 42 \cdot \zeta) \cdot \frac{t}{a_K} + (48 - 45 \cdot \zeta) \times \frac{t^2}{a_K^2} + \frac{1}{v_A} \cdot (8 - 4 \cdot \zeta) \cdot \frac{t^2}{a_K^2} \right] \quad (32d)$$

Der Einfluss einer gegenläufigen Vorverdrehung der beiden Blechbereiche wird in Form einer Vergrößerung des planmäßigen Blechversatzes  $t$  um den Wert  $\Delta e_{0,KS}$

in Gl. (33a) durch Ergänzung von Gl. (31a) berücksichtigt. Die gleichwertige Ersatzsteifigkeit ergibt sich dann mit  $I_K$  gem. Gl. (33b).

$$\omega_I = 64 / \left[ 32 - 24 \cdot \omega_M - 21 \cdot \zeta \cdot (1 - \omega_M) - 7 \cdot \zeta^3 + \omega_M \times \frac{t + \Delta e_{0,KS}}{a_K} \cdot (36 - 21 \cdot \zeta - 12 \cdot \zeta^2) \right] \quad (33a)$$

$$I_K = \omega_I \cdot I_B \quad (33b)$$

## 7.2.2 Symmetrische Blechanordnung mit Verjüngung (gAe,s,V)

In Bild 29 ist das statische System für den Anschlussbereich mit symmetrischer Blechanordnung und Verjüngung zum Auflager (Bild 2e [20]) dargestellt.

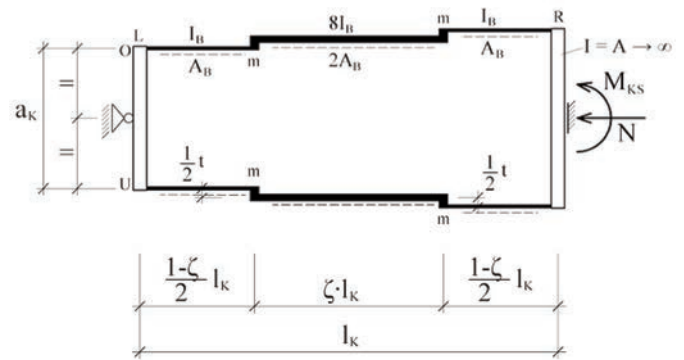


Bild 29. Statisches System – symmetrische Blechanordnung mit Verjüngung zum Auflager

Fig. 29. Static system – symmetrical plate arrangement with diminution towards the support

Analog zu Abschnitt 7.2.1 ergeben sich für den Fachwerkstab mit symmetrischer Blechanordnung und Verjüngung zum Auflager in den Gln. (34) die Schnittkräfte infolge  $M_{KS}$  und die Verhältniszahl  $\omega_I$ .

$$M_{B,LO} = M_{B,LU} = \frac{\omega_M \cdot M_{KS}}{4} \quad (34a)$$

$$M_{B,RO} = M_{B,RU} = \left[ 2 - \omega_M \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] \cdot \frac{M_{KS}}{4} \quad (34b)$$

$$N_{B,O} = + \frac{\omega_M \cdot M_{KS}}{2 \cdot a_K} \quad (34c)$$

$$N_{B,U} = - \frac{\omega_M \cdot M_{KS}}{2 \cdot a_K} \quad (34d)$$

mit

$$\omega_M = \left[ 24 - 21 \cdot \zeta + (36 - 21 \cdot \zeta - 12 \cdot \zeta^2) \cdot \frac{t}{a_K} \right] / \left[ 24 - 21 \cdot \zeta + (48 - 42 \cdot \zeta) \cdot \frac{t}{a_K} + (48 - 45 \cdot \zeta) \times \frac{t^2}{a_K^2} + \frac{1}{v_A} \cdot (8 - 4 \cdot \zeta) \cdot \frac{t^2}{a_K^2} \right] \quad (34e)$$





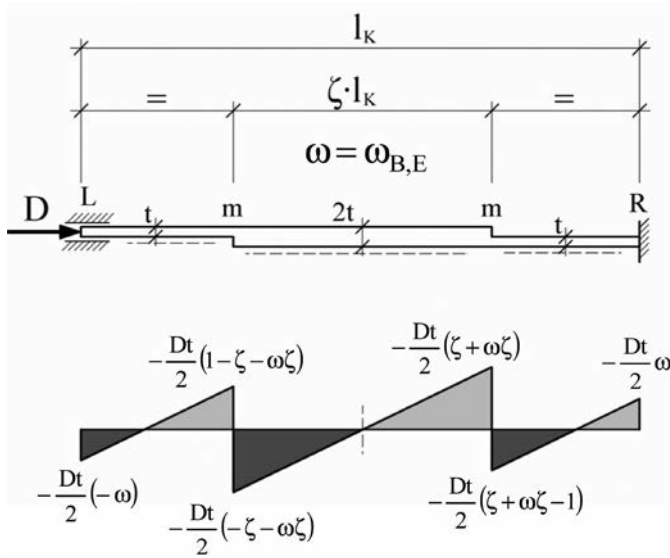


Bild 32. Biegemomente – biegesteifer Anschluss  
Fig. 32. Bending moments – rigid joint

## 7.4 Bemessungsvorschlag

### 7.4.1 Biegeeweicher Anschlussbereich (gAe,s)

Die nachfolgenden Schnittkräfte nach Theorie II. Ordnung gelten für beide symmetrischen Blechanordnungen (Bilder 24a und 24b) für das obere und untere Knotenblechpaar bei biegeweichem Anschluss (Bild 21b [20]):

$$M_L = 0 \quad (38a)$$

$$M_{Lm} \equiv \pm \frac{N_d \cdot t}{4} \cdot \left( 1 - \zeta + \frac{\omega_B}{2} \cdot (1 - \zeta) \right) + N_d \times \\ \times \left[ \frac{1}{4} \cdot e_{0,KS} \cdot (1 - \zeta) + \frac{1}{2} \cdot e_{0,K} \cdot \left( 1 + \frac{1}{\eta} \right) \right] + \frac{1}{4} \times \\ \times (1 - \zeta) \cdot \Delta M_{KS} \quad (38b)$$

$$M_{Rm} \equiv \pm \frac{N_d \cdot t}{4} \cdot \left[ \zeta - 1 + \frac{\omega_B}{2} \cdot (\zeta + 1) \right] + N_d \times \\ \times \left[ \frac{1}{4} \cdot e_{0,KS} \cdot (1 + \zeta) + \frac{1}{2} \cdot e_{0,K} \cdot \left( 1 + \frac{1}{\eta} \right) \right] + \frac{1}{4} \times \\ \times (1 + \zeta) \cdot \Delta M_{KS} \quad (38c)$$

$$M_R \equiv \pm \frac{N_d \cdot t}{4} \cdot \omega_B + N_d \cdot \frac{1}{2} \cdot e_{0,KS} + \frac{1}{2} \cdot \Delta M_{KS} \quad (38d)$$

$$N_B = \frac{1}{2} \cdot N_d \quad (38e)$$

mit

$\Delta M_{KS} \equiv M_{II,KS} - M_{I,KS}$  (Biegemomentenzuwachs infolge Theorie II. Ordnung)

$$= \frac{N_d \cdot N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \cdot \frac{N_d}{N_{cr}} \cdot e_{0,K} + \left( \frac{N_d \cdot N_{cr}}{N_{cr} - N_d} - 1 \right) \times \\ \times \left[ e_{0,KS} + e_s \cdot \frac{4 \cdot l_K}{L} \cdot \left( 1 + 0,25 \cdot \frac{N_d}{N_{cr}} \right) \right]$$

$$= N_d \cdot \left\{ f_{II} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot e_{0,K} + (f_{II} - 1) \times \right. \\ \times \left[ e_{0,KS} + e_s \cdot \frac{4 \cdot l_K}{L} \cdot \left( 1 + \frac{1}{4 \cdot \eta} \right) \right] \right\} \quad (38f)$$

und  $\omega_B = \omega_{B,G}$  gem. Gl. (36)

Reststab:

$$M_S \equiv \frac{N_d \cdot N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \cdot \left( e_s + e_{0,S} + \frac{N_d}{N_{cr}} \cdot e_{0,K} \right) \quad (38g) \\ = N_d \cdot f_{II} \cdot \left( e_s + e_{0,S} + \frac{1}{\eta} \cdot e_{0,K} \right)$$

$$N_S = N_d \quad (38h)$$

### 7.4.2 Biegesteifer Anschlussbereich mit Aufweitung (gAe,s,A)

Die nachfolgenden Schnittkräfte nach Theorie II. Ordnung gelten für symmetrische Blechanordnungen mit Aufweitung zum Auflager (Bild 24b) bei biegesteifem Anschluss (Bild 21a [20]).

Oberes Knotenblechpaar:

$$M_{OL} \equiv \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot \omega_B \cdot t - \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot \omega_M \cdot e_{0,KS} - \frac{1}{2} \cdot N_d \cdot \omega_M \times \\ \times c_M \cdot e_{0,K} \cdot \frac{a_K}{a_K - t} - (\Delta N_M + \Delta N_e) \cdot c_M \cdot e_{0,K} - \\ - \omega_M \cdot \Delta M_{KS} \cdot \left( \frac{1}{4} + \frac{c_M}{2 \cdot a_K} \cdot e_{0,K} \right) \quad (39a)$$

$$M_{ORm} \equiv -\frac{1}{4} \cdot N_d \cdot (\zeta + \omega_B \cdot \zeta - 1) \cdot t + \frac{1}{4} \times \\ \times \left[ 1 + \zeta - \omega_M \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] \cdot N_d \cdot e_{0,KS} + \\ + \frac{1}{2} \cdot N_d \times \\ \times \left\{ e_{0,K} \cdot \left( 1 + \frac{1}{\eta} \right) \cdot \left[ 1 - \omega_M \cdot c_M \cdot \left( \frac{a_K - (\zeta + 1) \cdot t}{a_K - t} \right) \right] \right\} + \\ + (\Delta N_M + \Delta N_e) \cdot (1 - c_M) \cdot e_{0,K} + \\ + \frac{\Delta M_{KS}}{4} \times \\ \times \left[ 1 + \zeta - \omega_M \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) + 2 \cdot \omega_M \cdot \left( \frac{1 - c_M}{a_K} \right) \cdot e_{0,K} \right] \quad (39b)$$

$$M_{OR} \equiv -\frac{1}{4} \cdot N_d \cdot \omega_B \cdot t + \frac{1}{4} \cdot \left[ 2 - \omega_M \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] \cdot N_d \cdot e_{0,KS} \\ - \frac{1}{2} \cdot N_d \cdot \omega_M \cdot c_M \cdot e_{0,K} \cdot \left( \frac{a_K - 2 \cdot t}{a_K - t} \right) - (\Delta N_M + \Delta N_e) \times \\ \times c_M \cdot e_{0,K} + \\ + \frac{\Delta M_{KS}}{4} \cdot \left\{ \left[ 2 - \omega_M \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] - 2 \cdot \omega_M \cdot \frac{c_M}{2 \cdot a_K} \cdot e_{0,K} \right\} \quad (39c)$$

$$N_O \equiv \frac{1}{2} \cdot N_d + \Delta N_e + \Delta N_M + \Delta N_{MII} \quad (39d)$$

$$\Delta N_{MII} \equiv \frac{\omega_M \cdot \Delta M_{KS}}{2 \cdot a_K}$$

Unteres Knotenblechpaar:

$$\begin{aligned} M_{UL} \equiv & -\frac{1}{4} \cdot N_d \cdot \omega_B \cdot t - \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot \omega_M \cdot e_{0,KS} - \frac{1}{2} \cdot N_d \cdot \omega_M \times \\ & \times c_M \cdot e_{0,K} \cdot \frac{a_K}{a_K - t} + (\Delta N_M + \Delta N_e) \cdot c_M \cdot e_{0,K} - \\ & - \omega_M \cdot \Delta M_{KS} \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{c_M}{2 \cdot a_K} \cdot e_{0,K} \right) \end{aligned} \quad (39e)$$

$$\begin{aligned} M_{URm} \equiv & \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot (\zeta + \omega_B \cdot \zeta - 1) \cdot t + \frac{1}{4} \times \\ & \times \left[ 1 + \zeta - \omega_M \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] \cdot N_d \cdot e_{0,KS} + \\ & + \frac{1}{2} \cdot N_d \times \\ & \times \left\{ e_{0,K} \cdot \left( 1 + \frac{1}{\eta} \right) \cdot \left[ 1 - \omega_M \cdot c_M \cdot \left( \frac{a_K - (\zeta + 1) \cdot t}{a_K - t} \right) \right] \right\} - \\ & - (\Delta N_M + \Delta N_e) \cdot (1 - c_M) \cdot e_{0,K} + \\ & + \frac{\Delta M_{KS}}{4} \times \\ & \times \left\{ \left[ 1 + \zeta - \omega_M \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] - 2 \cdot \omega_M \cdot \frac{1 - c_M}{a_K} \cdot e_{0,K} \right\} \end{aligned} \quad (39f)$$

$$\begin{aligned} M_{UR} \equiv & \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot \omega_B \cdot t + \frac{1}{4} \cdot \left[ 2 - \omega_M \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] \cdot N_d \cdot e_{0,KS} - \\ & - \frac{1}{2} \cdot N_d \cdot \omega_M \cdot c_M \cdot e_{0,K} \cdot \frac{a_K - 2 \cdot t}{a_K - t} + \\ & + (\Delta N_M + \Delta N_e) \cdot c_M \cdot e_{0,K} \\ & + \frac{\Delta M_{KS}}{4} \cdot \left[ 2 - \omega_M \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) + 2 \cdot \omega_M \cdot \frac{c_M}{a_K} \cdot e_{0,K} \right] \end{aligned} \quad (39g)$$

$$N_U \equiv \frac{1}{2} \cdot N_d - \Delta N_e - \Delta N_M - \Delta N_{MII} \quad (39h)$$

mit

$$c_M = \frac{4 - 3 \cdot \zeta}{8 - 7 \cdot \zeta} \quad (\text{vgl. Tabelle 2})$$

$$\omega_B = \omega_{B,E} \text{ gem. Gl. (37)}$$

$$\omega_M \text{ gem. Gl. (32d)}$$

$$\Delta N_M \equiv \omega_M \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{e_{0,KS}}{a_K} \cdot N_d$$

$$\Delta N_e \equiv \omega_M \cdot c_M \cdot \frac{e_{0,K}}{a_K - t} \cdot N_d$$

$$\Delta M_{KS} \equiv M_{II,KS} - M_{I,KS} \quad (\text{Biegemomentenzuwachs infolge Theorie II. Ordnung}) \quad (39i)$$

$$\begin{aligned} & = N_d \cdot \left\{ f_{II} \cdot \frac{1}{\eta} \cdot e_{0,K} \cdot (1 - \omega_M) + (f_{II} - 1) \times \right. \\ & \times \left. \left[ e_{0,KS} + e_S \cdot \frac{4 \cdot l_K}{L} \cdot \left( 1 + \frac{1}{4 \cdot \eta} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

Reststab:

$$\begin{aligned} M_S \equiv & \frac{N_d \cdot N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \cdot \left[ e_S + e_{0,S} + \frac{N_d}{N_{cr}} \cdot (1 - \omega_M) \cdot e_{0,K} \right] \\ & = N_d \cdot f_{II} \cdot \left[ e_S + e_{0,S} + \frac{1}{\eta} \cdot (1 - \omega_M) \cdot e_{0,K} \right] \end{aligned} \quad (39j)$$

$$N_S = N_d \quad (39k)$$

### 7.4.3 Biegesteifer Anschlussbereich mit Verjüngung (gAe,s,V)

Die nachfolgenden Schnittkräfte nach Theorie II. Ordnung gelten für symmetrische Blechanordnungen mit Verjüngung zum Auflager (Bild 24a) bei biegesteifem Anschluss (Bild 21a [20]).

Oberes Knotenblechpaar:

$$\begin{aligned} M_{OL} \equiv & -\frac{1}{4} \cdot N_d \cdot \omega_B \cdot t - \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot \omega_M \cdot e_{0,KS} - \frac{1}{2} \cdot N_d \cdot \omega_M \times \\ & \times c_M \cdot e_{0,K} \cdot \frac{a_K}{a_K + t} - (\Delta N_M + \Delta N_e) \cdot c_M \cdot e_{0,K} - \\ & - \omega_M \cdot \Delta M_{KS} \cdot \left( \frac{1}{4} + \frac{c_M}{2 \cdot a_K} \cdot e_{0,K} \right) \end{aligned} \quad (40a)$$

$$\begin{aligned} M_{ORm} \equiv & \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot (\zeta + \omega_B \cdot \zeta - 1) \cdot t + \frac{1}{4} \times \\ & \times \left[ 1 + \zeta - \omega_M \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] \cdot N_d \cdot e_{0,KS} + \\ & + \frac{1}{2} \cdot N_d \cdot \left\{ e_{0,K} \cdot \left( 1 + \frac{1}{\eta} \right) \cdot \left[ 1 - \omega_M \cdot c_M \times \right. \right. \\ & \times \left. \left. \left( \frac{a_K + (1 + \zeta) \cdot t}{a_K + t} \right) \right] \right\} + (\Delta N_M + \Delta N_e) \times \\ & \times (1 - c_M) \cdot e_{0,K} + \\ & + \frac{\Delta M_{KS}}{4} \times \\ & \times \left\{ \left[ 1 + \zeta - \omega_M \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] + 2 \cdot \omega_M \cdot \frac{1 - c_M}{a_K} \cdot e_{0,K} \right\} \end{aligned} \quad (40b)$$

$$\begin{aligned}
M_{OR} \cong & \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot \omega_B \cdot t + \frac{1}{4} \cdot \left[ 2 - \omega_M \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] \cdot N_d \cdot e_{0,KS} - \\
& - \frac{1}{2} \cdot N_d \cdot \omega_M \cdot c_M \cdot e_{0,K} \cdot \left( \frac{a_K + 2 \cdot t}{a_K + t} \right) - (\Delta N_M + \Delta N_e) \times \\
& \times c_M \cdot e_{0,K} + \\
& + \frac{\Delta M_{KS}}{4} \cdot \left\{ \left[ 2 - \omega_M \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] - 2 \cdot \omega_M \cdot \frac{c_M}{2 \cdot a_K} \cdot e_{0,K} \right\}
\end{aligned} \quad (40c)$$

$$N_O \cong \frac{1}{2} \cdot N_d + \Delta N_e + \Delta N_M + \Delta N_{MII} \quad (40d)$$

Unteres Knotenblechpaar:

$$\begin{aligned}
M_{UL} \cong & \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot \omega_B \cdot t - \frac{1}{4} \cdot N_d \cdot \omega_M \cdot e_{0,KS} - \frac{1}{2} \cdot N_d \cdot \omega_M \times \\
& \times c_M \cdot e_{0,K} \cdot \frac{a_K}{a_K + t} + (\Delta N_M + \Delta N_e) \cdot c_M \cdot e_{0,K} - \\
& - \omega_M \cdot \Delta M_{KS} \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{c_M}{2 \cdot a_K} \cdot e_{0,K} \right)
\end{aligned} \quad (40e)$$

$$\begin{aligned}
M_{URm} \cong & -\frac{1}{4} \cdot N_d \cdot (\zeta + \omega_B \cdot \zeta - 1) \cdot t + \frac{1}{4} \times \\
& \times \left[ 1 + \zeta - \omega_M \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] \cdot N_d \cdot e_{0,KS} + \\
& + \frac{1}{2} \cdot N_d \times \\
& \times \left\{ e_{0,K} \cdot \left( 1 + \frac{1}{\eta} \right) \cdot \left[ 1 - \omega_M \cdot c_M \cdot \left( \frac{a_K + (1 + \zeta) \cdot t}{a_K + t} \right) \right] \right\} - \\
& - (\Delta N_M + \Delta N_e) \cdot (1 - c_M) \cdot e_{0,K} + \\
& + \frac{\Delta M_{KS}}{4} \times \\
& \times \left\{ \left[ 1 + \zeta - \omega_M \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] - 2 \cdot \omega_M \cdot \frac{1 - c_M}{a_K} \cdot e_{0,K} \right\}
\end{aligned} \quad (40f)$$

$$\begin{aligned}
M_{UR} \cong & -\frac{1}{4} \cdot N_d \cdot \omega_B \cdot t + \frac{1}{4} \cdot \left[ 2 - \omega_M \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] \cdot N_d \cdot e_{0,KS} - \\
& - \frac{1}{2} \cdot N_d \cdot \omega_M \cdot c_M \cdot e_{0,K} \cdot \left( \frac{a_K + 2 \cdot t}{a_K + t} \right) + (\Delta N_M + \Delta N_e) \times \\
& \times c_M \cdot e_{0,K} + \\
& + \frac{\Delta M_{KS}}{4} \cdot \left\{ \left[ 2 - \omega_M \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot t}{a_K} \right) \right] + 2 \cdot \omega_M \cdot \frac{c_M}{a_K} \cdot e_{0,K} \right\}
\end{aligned} \quad (40g)$$

$$N_U \cong \frac{1}{2} \cdot N_d - \Delta N_e - \Delta N_M - \Delta N_{MII} \quad (40h)$$

mit

$$\Delta N_e \cong \omega_M \cdot c_M \cdot \frac{e_{0,K}}{a_K + t} \cdot N_d$$

$\omega_M$  gem. Gl. (34e)

$c_M, \omega_B, \Delta N_M, \Delta N_{MII}, \Delta M_{KS}$  und Reststab wie im Abschnitt 7.4.2

## 7.5 Hinweise

In den vorstehenden Gleichungen des Abschnittes 7.4 sind die den jeweiligen Anschlussarten zugehörigen Verzweigungslasten einzusetzen. Bei biegeweichen Anschlüssen (Abschnitt 7.4.1) ist die Verzweigungslast entsprechend Abschnitt 7.1 maßgebend. Bei biegesteifen Anschlüssen mit Aufweitung (Abschnitt 7.4.2) ist die Verzweigungslast mit dem Ersatzträgheitsmoment  $I_K$  gem. Gl. (33b) entsprechend Abschnitt 4.4 [20] zu bestimmen. Liegt eine Verjüngung vor (Abschnitt 7.4.3), ist das Ersatzträgheitsmoment  $I_K$  gem. Gl. (34g) für die maßgebende Verzweigungslast zu berücksichtigen.

Die Blechbiegemomente am Beginn der Überlappungsbereiche (Index m) wurden infolge  $e_{0,K}$  zur Erfassung von Eigenverformungen nach Theorie II. Ordnung mit dem Anteil  $1/\eta$  erhöht.

Ansonsten gelten die Hinweise gem. Abschnitt 6.3 [20] sinngemäß.

## 8 Weitere Hinweise zur Bemessung und Ausführung

### 8.1 Einflüsse auf die Entstehung einer maßgebenden antimetrischen Eigenform

In Abschnitt 4 [20] wurde festgestellt, dass die antimetrische Eigenform für die Bestimmung der maßgebenden Verzweigungslast und bei der Bemessung des druckbeanspruchten Fachwerkstabes unter den vorher beschriebenen Randbedingungen und Voraussetzungen nicht maßgebend wird. Nachfolgend werden Betrachtungen durchgeführt, um die Einflüsse, die für das Entstehen einer antimetrischen Eigenform relevant sind, darzustellen.

Durch den Vergleich der Bilder 9b und 10b [20] lässt sich erkennen, dass bei Einspannungen gegenüber gelenkigen Lagerungen der Abstand der antimetrischen zur symmetrischen Verzweigungslast im Bereich großer und kleiner Steifigkeitsverhältnisse  $\xi$  deutlich geringer ist. Bei sehr kleinen Steifigkeitsverhältnissen nähern sich die Verzweigungslasten beider Eigenformen an. Einspannungen begünstigen das Entstehen einer antimetrischen Eigenform. Ohne zusätzliche Einflüsse wird diese gegenüber der symmetrischen Eigenform in Bezug auf die Verzweigungslast jedoch nicht maßgebend.

Zur Erfassung von Einflüssen aus Querschnittsschwächungen am Übergangspunkt werden Grenzbetrachtungen an den in Bild 33 dargestellten Systemen durchgeführt. In Bild 33a ist das System mit Abbildung einer Drehfeder im Übergangspunkt dargestellt. Ist die Konstruktion am Übergangspunkt so ausgebildet, dass die Lasteinleitung aus den Knotenblechen in den Reststab mit zusätzlichen Verformungen verbunden ist, muss eine entsprechende Drehfeder oder die Querschnittsschwächung berücksichtigt werden. Die Steifigkeiten der Anschlussbleche und des Reststabes werden hier nicht berücksichtigt. In den Gln. (41a) und (41b) sind die Verzweigungslasten der symmetrischen und antimetrischen Eigenformen angegeben. Aus dem Verhältnis der antimetrischen zur symmetrischen Verzweigungslast (Gl. (41c)) ergibt sich, dass die symmetrische Ei-



genform auch in diesem Fall bei gelenkiger Lagerung trotz Schwächung immer maßgebend bleibt.

$$N_{\text{cr,S}} = \frac{K_{\text{KS}}}{\psi \cdot L} \quad (41a)$$

$$N_{cr,A} = \frac{K_{KS}}{L} \cdot \left[ \frac{1}{\Psi} + \frac{1}{(1/2 - \Psi)} \right] \quad (41b)$$

$$\vartheta_{A/S} = \frac{N_{cr,A}}{N_{cr,S}} = \frac{1}{1 - 2 \cdot \psi} > 1 \quad (\text{für } \psi > 0) \quad (41c)$$

Vergrößert man die Schwächung am Übergangspunkt, so dass die Drehfeder in ein Gelenk übergeht und spannt den Fachwerkstab elastisch an den Auflagerpunkten ein (Bild 33b) oder berücksichtigt nur die Steifigkeit im Knotenblechbereich bei voller Einspannung (Bild 33c), erhält man die Verzweigungslasten und die zugehörigen Verhältnisse in Gln. (42) und (43).

$$N_{\text{cr,S}} = \frac{K}{\psi \cdot L} \quad (42a)$$

$$N_{cr,A} = \frac{K}{L} \cdot \frac{1 - 2 \cdot \psi}{\psi} \quad (42b)$$

$$\vartheta_{A/S} = \frac{N_{cr,A}}{N_{cr,S}} = 1 - 2 \cdot \psi < 1 \quad (\text{für } \psi > 0) \quad (42c)$$

$$N_{cr,S} = \frac{\varepsilon_{K,S}^2 \cdot E \cdot I_K}{l_K^2} \quad (43a)$$

$$\cos \epsilon_{K,S} = 0 \rightarrow \epsilon_{K,S} = \frac{\pi}{2} \quad (43b)$$

$$N_{cr,A} = \frac{\varepsilon_{K,A}^2 \cdot E \cdot I_K}{l_K^2} \quad (43c)$$

$$\sin \epsilon_{K,A} - \frac{1}{2 \cdot \psi} \cdot \epsilon_{K,A} \cdot \cos \epsilon_{K,A} = 0 \rightarrow \epsilon_{K,A} < \frac{\pi}{2} \quad (43d)$$

$$\vartheta_{A/S} = \frac{N_{\text{cr},A}}{N_{\text{cr},S}} = \frac{\varepsilon_{K,A}^2}{\varepsilon_{K,S}^2} < 1 \quad (\text{für } \psi > 0) \quad (43\text{e})$$

Aus den Verhältnissen der Gln. (42c) und (43e) ist ersichtlich, dass in diesen Fällen (Einspannung des Druckstabes mit Schwächung) immer die antimetrische Eigenform maßgebend wird.

Für die Entstehung einer maßgebenden antimetrischen Eigenform muss daher zwingend neben einer Einspannung an den Lagerpunkten eine Querschnittsschwächung innerhalb des Fachwerkstabes vorliegen. Eine Schwächung liegt bereits schon dann vor, wenn das am Reststab befindliche Knotenblech eine geringere Steifigkeit aufweist, als das Knotenblech an der Einspannstelle.

Die vorgenannten Feststellungen gelten grundsätzlich auch für Fachwerkstäbe mit gespreizten Anschlüssen. Dies trifft auch auf die für den schweren Baustellenunfall [1] verantwortliche, versagte Druckstrebe zu. In Bild 34 ist hierzu schematisch die Ausbildung des Übergangs des Knotenbleches in den Hohlkastenquerschnitt (hier in Längsrichtung aufgeschnitten) dieser Konstruktion dargestellt. Das Knotenblech besitzt am Übergangspunkt keine Aussteifung (Schott oder Rippe), sodass eine Übertragung des Blechbiegemomentes  $M_{\text{Bl}}$  nicht gleichmäßig über die Blechbreite erfolgen kann. Die Übertragung des Biegemomentes konzentriert sich auf die starr gelagerten Randbereiche des Knotenbleches. Hierdurch entsteht an der Übergangsstelle ein Steifigkeits- und Tragfähigkeitsverlust des Knotenbleches, welcher bei der Ermittlung der Verzweigungs-

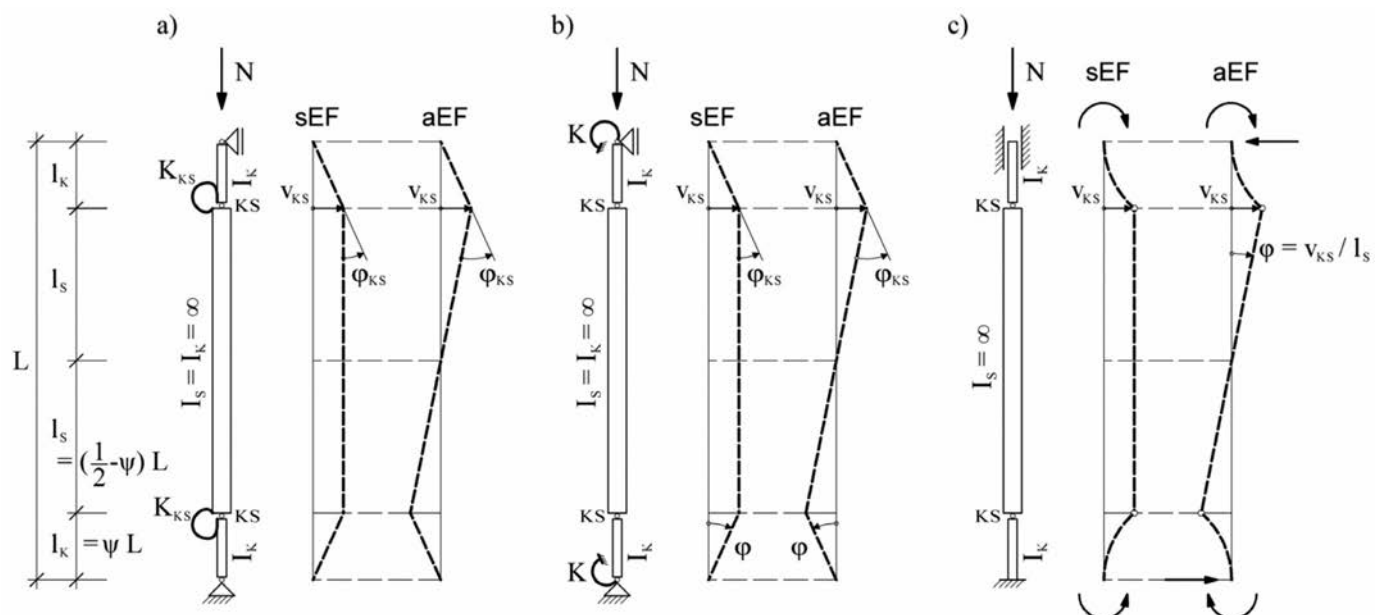


Bild 33. Systeme zur Ermittlung der Verzweigungslast infolge a) Drehfeder zwischen Anschlussbereich und Reststab, b) elastischer Einspannung und c) eingespannter Knotenbleche  
Fig. 33. Systems for determination of bifurcation load considering a) rotational spring between joint plates and truss member, b) elastic end-restraint and c) rigid end-restraint joint plates

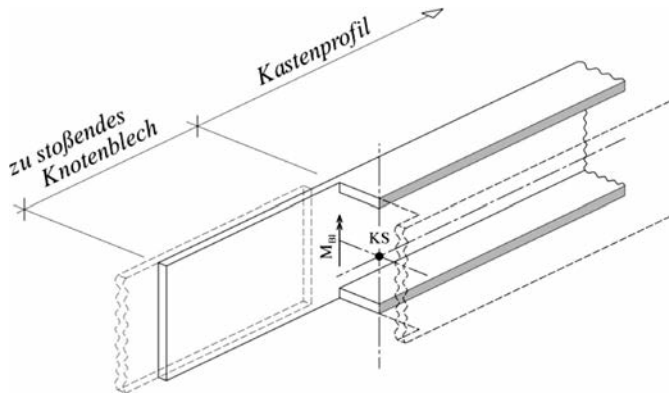


Bild 34. Übergang des Knotenbleches in den Reststab bei [1]  
Fig. 34. Area between joint plate and truss member

last und der Querschnittsbemessung berücksichtigt werden muss.

Die Vertikallagerung der torsionssteifen Druckstrebe, die am oberen Lagerungspunkt sowohl biege- als auch torsionssteif in die anschließende Konstruktion mündete, erfolgte am unteren Auflager in Querrichtung linienförmig. Hierdurch konnten sich Verdrehungsbehinderungen an beiden Stabenden einstellen. Diese Einspannungen verursachten in Verbindung mit den Steifigkeitsschwächungen an den Übergangspunkten (Bild 34) die antimetrische Biegeknickfigur.

Führt man im vorliegenden Fall die Ermittlung der Verzweigungslast mit gelenkigen Lagerungsbedingungen durch, ist auch hier die symmetrische Biegeknickfigur eindeutig maßgebend. Diese symmetrische Verzweigungslast liegt deutlich unter der des Systems unter Berücksichtigung der vorgenannten Einspannwirkungen mit der dann maßgebenden antimetrischen Eigenform. Die Feststellung in Abschnitt 4.2.7 [20], dass unberücksichtigte oder ungewollte Einspannungen sich nicht ungünstig auf die Größe der Verzweigungslast auswirken, trifft auch hier uneingeschränkt zu.

Erfolgt die Bemessung von druckbeanspruchten Fachwerkstäben unter Ansatz von gelenkiger Lagerung mit einer symmetrischen Biegeknickfigur, liegt der Stabilitätsnachweis bezüglich der Verzweigungslast immer auf der sicheren Seite. Sollten Einspannungen an den Auflagern vorhanden sein, erhöhen diese die Verzweigungslast. Selbst, wenn sich unter Berücksichtigung der Einspannungen die antimetrische Eigenform als maßgebend herausstellen sollte, hat dies immer einen erhöhenden und keinesfalls einen abmindernden Einfluss auf die Verzweigungs- und Traglast.

Nur wenn Einspannungen an den Lagerpunkten beim Stabilitätsnachweis rechnerisch berücksichtigt werden und gleichzeitig Querschnittsschwächungen innerhalb des Fachwerkstabes vorliegen, ist eine mögliche antimetrische Biegeknickfigur zu beachten.

## 8.2 Erfassung des Steifigkeitseinflusses am herausgelösten Ersatzstabsystem

In [1] wird für einen gespreizten Knotenblechanschluss mit symmetrischer Blechanordnung ein „lokales Ersatzknickstabmodell zur rechnerischen Überprüfung der Beulsicherheit“ vorgeschlagen (vgl. Bild 8 in [1]). Mit diesem verein-

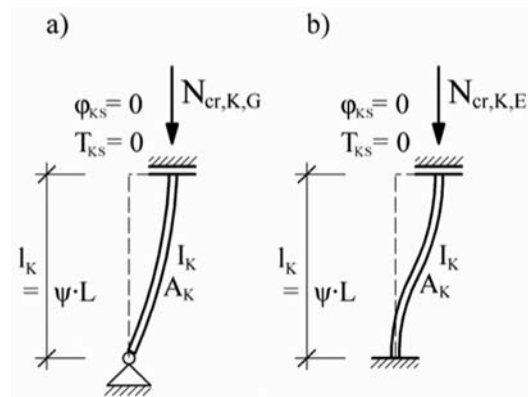


Bild 35. Herausgelöste Ersatzsysteme nach [1] bzw. [7]: a) bei gelenkiger Lagerung, b) bei Einspannung  
Fig. 35. Substitute systems: a) for hinged support, b) for restraint support

fachten System soll die Stabilitätsgefährdung des Druckstabes im Bereich der Knotenblechanschlüsse überprüft werden. Hierzu wird ein lokaler Ersatzknickstab gewählt, der lediglich aus einem gestoßenen Laschenpaar des Anschlussbereiches besteht und mit der halben Stabkraft belastet wird. Der Reststab wird hierbei als Starrkörper angesehen und durch Ansatz eines Transversalgelenkes am Übergang des Anschlussbereiches in den Reststab abgebildet. Das zugehörige statische System hierzu ist in Bild 35b dargestellt.

In [7] werden vergleichbare Modelle für den gelenkig gelagerten und eingespannten Verbandsstab aus Hohlprofilen mit quasi-zentrischem Knotenblechanschluss unter Hinweis auf den Geltungsbereich mit Anwendungsgrenzen vorgeschlagen (vgl. Bild 16 in [7]). Die entsprechenden Ersatzsysteme sind in den Bildern 35a und 35b abgebildet.

Die Verzweigungslasten dieser beiden Ersatzsysteme sind in den Gln. (44a) und (44b) angegeben.

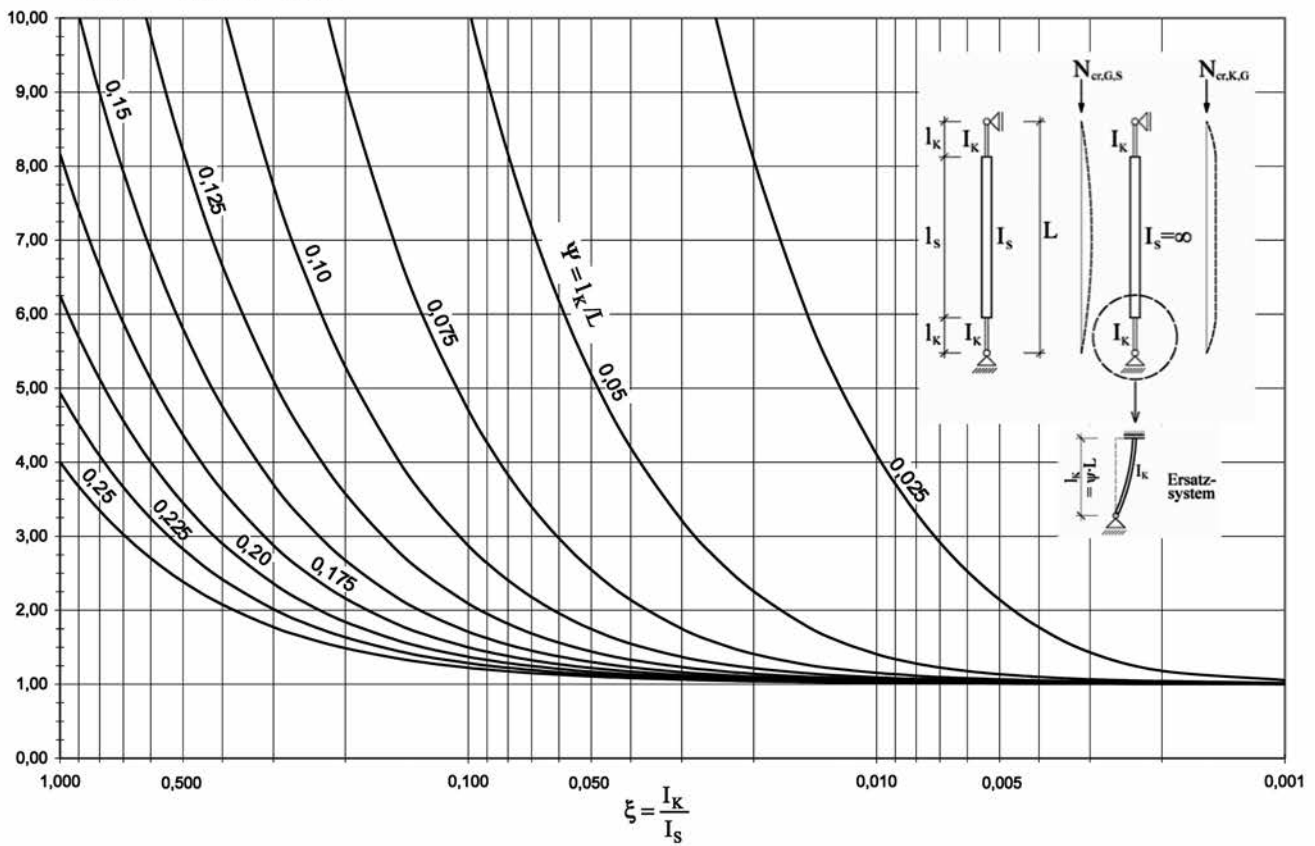
$$N_{cr,K,G} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_K}{(2 \cdot l_K)^2} \quad (44a)$$

$$N_{cr,K,E} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_K}{l_K^2} \quad (44b)$$

Setzt man diese in das Verhältnis zu den tatsächlichen Verzweigungslasten des Fachwerkstabes mit einfachen mittigen Anschlüssen entsprechend den Knickgleichungen Gln. (8) und (10) in [20], ergeben sich die Kurven in Bild 36. Bei gleicher Steifigkeit im Anschluss- und Reststabbereich beginnen die Kurven unabhängig von der Lagerungsart alle bei  $1/(4\Psi^2)$ . Anschließend fallen sie mit abnehmender Anschlusssteifigkeit beim gelenkig gelagerten System schneller als beim eingespannten System ab und nähern sich asymptotisch dem Verhältnis 1 an. Lediglich im Bereich von Verzweigungslastverhältnissen um etwa 1 liefern die Ersatzsysteme zufriedenstellende Ergebnisse. Je größer die Abweichung von der Verhältniszahl 1, umso mehr liegen die Ersatzsysteme auf der unsicheren Seite.

Für große bezogene Anschlusslängen ( $\Psi > 0,125$ ) liefern die Ersatzsysteme erst bei einem Steifigkeitsabfall um den Faktor  $> 100$  brauchbare Werte. Bei kleinen bezoge-

a)  $v_{G,K/S} = N_{\alpha,K,G} / N_{\alpha,G,S}$



b)  $v_{E,K/S} = N_{\alpha,K,E} / N_{\alpha,E,S}$

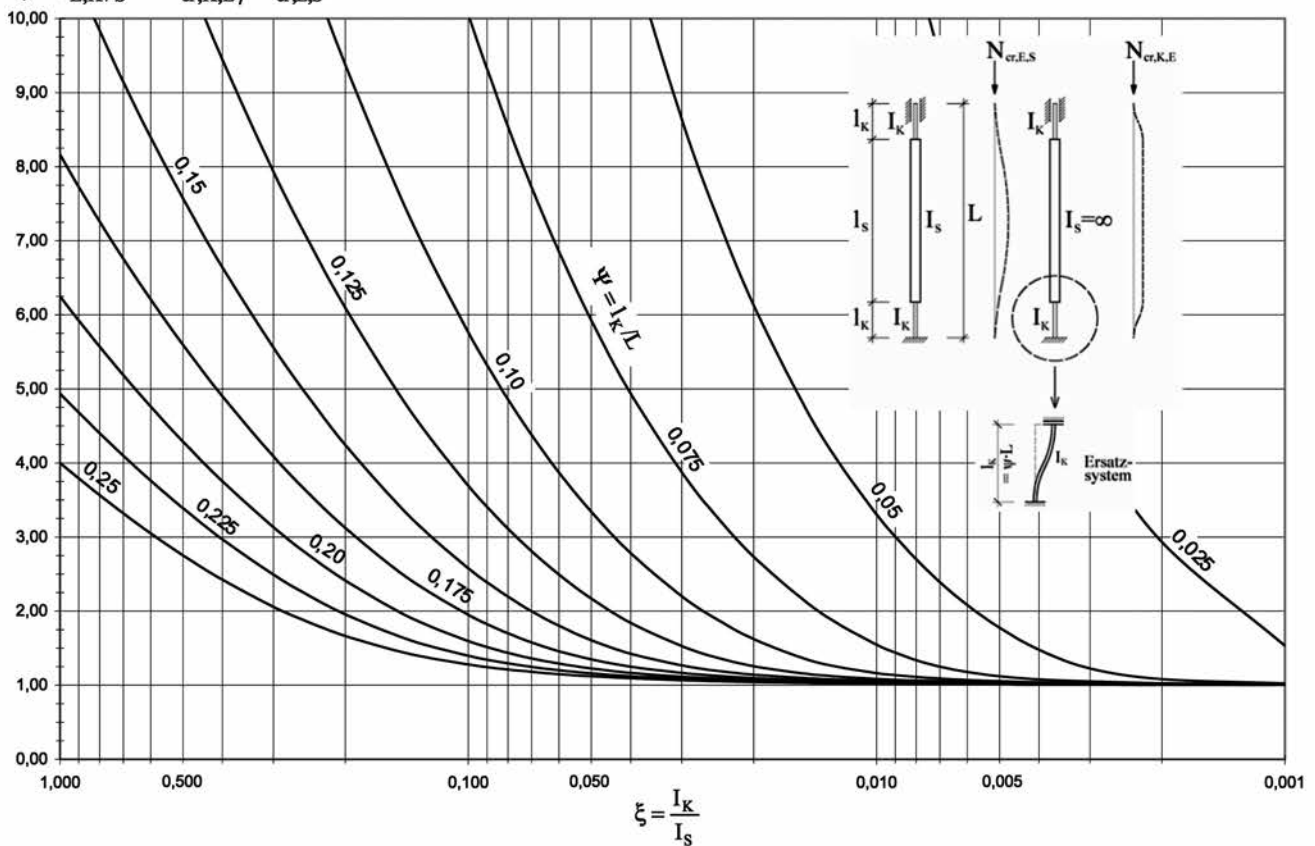


Bild 36. Verhältnis der Verzweigungslast des Ersatzsystems zur realen Verzweigungslast, a) gelenkige Lagerung, b) Einspannung

Fig. 36. Ratio of bifurcation load between the substitute system and the actual bifurcation load, a) for hinged support, b) for restraint support



nen Anschlusslängen ( $\Psi < 0,075$ ) sind die Ergebnisse sogar erst bei einem Steifigkeitsabfall um den Faktor  $> 500$  noch im annehmbaren Rahmen.

Der Bereich, für den die herausgelösten Ersatzsysteme noch einigermaßen zutreffende Verzweigungslasten liefern können, ist sehr eingeschränkt und befindet sich in der Regel außerhalb von üblichen baupraktischen Ausführungen und wirtschaftlichen Konstruktionen.

Bei gespreizten Anschlüssen ist die Anwendung der Ersatzsysteme gem. Bild 35 noch mit weiteren Problemen behaftet. Die Steifigkeit des mittig gestoßenen Anschlusses schwankt in Abhängigkeit der Spreizung  $a_K$  bis zum Faktor 4 (Gl. (23), Abschnitt 6 [20]). Beim exzentrisch gestoßenen Knotenblechanschluss lässt die Art des Stoßes (Anordnung der Knotenbleche) die Größe der Verzweigungslast z. T. um ein Mehrfaches voneinander abweichen (Bild 26, Abschnitt 7). Mit einem herausgelösten Ersatzsystem lässt sich dies nicht erfassen. Des Weiteren ist die tatsächliche Normalkraft eines Blechpaares von den vorgenannten Einflüssen und den geometrischen Verhältnissen abhängig und ist nicht mit der halben Stabkraft identisch. Aus dem vorgenannten Sachverhalt ist eine Betrachtung am herausgelösten Ersatzsystem beim gespreizten Anschluss grundsätzlich als ungeeignet anzusehen.

### 8.3 Einfluss der planmäßigen Exzentrizitäten

Bei Fachwerkstäben mit exzentrisch gestoßenen Knotenblechen sind aufgrund der planmäßigen Ausmitten Biegemomente vorhanden, die die Tragfähigkeit gegenüber denen mit mittig gestoßenen Knotenblechen z. T. drastisch reduzieren. Beim einfachen Knotenblechanschluss sind die Biegemomente aus Gleichgewichtsbetrachtungen bestimmbar, während beim gespreizten Knotenblechanschluss aufgrund der beidseitigen Einspannung und des Zusammenwirkens der beiden Laschenpaare eine statisch unbestimmte Berechnung erforderlich wird. Bezüglich des großen Einflusses der planmäßigen Exzentrizität auf die Blechbiegung beim einfachen Fachwerkstab wird auf Abschnitt 5.3 [20] verwiesen.

Für die Knotenbleche mit gespreizten biegesteifen Anschlüssen (Bild 21a [20]) mit exzentrisch gestoßenen und symmetrisch angeordneten Blechen (s. Bilder 24a und 24b) werden nachfolgend die Biegemomente nach Theorie I. Ordnung an perfekten und imperfekten Systemen ermittelt. Hierbei wird eine große Spreizung  $a_K$  zugrunde gelegt, wodurch die Biegebeanspruchungen am perfekten und imperfekten System für beide symmetrischen Anschlussvarianten identisch sind. Es wird am imperfekten System auch der günstigste Biegemomentenbereich ermittelt, da sich bei kleiner Spreizung die maßgebenden Biegemomente entsprechend vergrößern. Die berechneten Biegemomente  $M$  entsprechend der Gl. (39) bzw. (40) werden in Bild 37 über bezogene Ausmitten  $e/t$  dargestellt. Die Ausmitten  $e$  bestimmen sich über die Blechnormalkraft des perfekten Systems  $N/2$ .

Die Schnittgrößenanteile aus den Beanspruchungen an perfekten und imperfekten Systemen nach Theorie I. Ordnung wurden den Gln. (39) und (40) entnommen. In Bild 37 entspricht die unterste Kurve in Abhängigkeit der Blechüberlappung  $l_U$  den maßgebenden Biegebeanspruchungen an perfekten Systemen. Die Biegebeanspruchun-

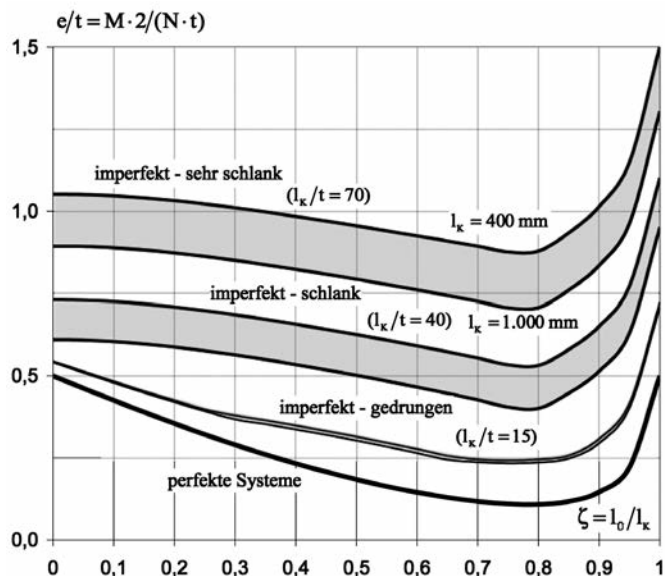


Bild 37. Bezogene Ausmitten Theorie I. Ordnung  
Fig. 37. Related excentricities first order theory

gen an imperfekten Systemen wurden für drei Schlankheitsbereiche  $l_K/t = 15, 40$  und  $70$  und für Anschlusslängen  $l_K$  von  $400$  bis  $1000$  mm ermittelt. Die in Bild 37 schraffierten Flächen decken jeweils einen Schlankheitsbereich ab. Die obere Begrenzung ist identisch mit der Anschlusslänge  $l_K = 400$  mm, die untere Begrenzung mit  $l_K = 1000$  mm.

Die bezogenen Ausmitten an perfekten Systemen sind vom Schlankheitsgrad  $l_K/t$  und von der tatsächlichen Anschlusslänge  $l_K$  unabhängig und entsprechen der Biegebeanspruchung am System gem. Bild 32. Bei den Verhältnissen  $\zeta = 0$  und  $1$  decken sie sich mit dem verschieblichen Vergleichssystem von Bild 38 ( $e/t = 0,50$ ). Dazwischen ergeben sich aufgrund der gegenseitigen Abstützung der Laschenpaare günstigere Beanspruchungen am hierfür quasi unverschieblichen System. Die Schnittkraftermittlung der imperfekten Systeme erfolgte an den verschieblichen Rahmensystemen gem. den Bildern 28 und 29. Bei gedrunenen Knotenblechen ( $l_K/t = 15$ ) übt die tatsächliche Anschlusslänge keinen nennenswerten Einfluss aus. Die Erhöhung der Biegebeanspruchung gegenüber den perfekten Systemen ist hier relativ gering. Mit zunehmender Schlankheit  $l_K/t$  steigen die Biegemomente bzw. die bezogenen Ausmitten jedoch deutlich an.

Fasst man die Imperfektionen als Gegenwirkung zur günstig wirkenden gegenseitigen Abstützung der Laschenpaare auf, ist diese bei einer bezogenen Ausmitte von  $e/t = 0,50$  vollständig abgebaut. Die maßgebende Momentenbeanspruchung entspricht dann dem verschieblichen Vergleichssystem von Bild 38. Aus Bild 37 ergibt sich, dass dies fast uneingeschränkt für Schlankheiten  $l_K/t = 40$  zutrifft. Die Knotenbleche müssen in der Lage sein, die Biegebeanspruchung am verschieblichen Vergleichssystem (Bild 38) mit entsprechenden Reserven für Anteile aus Theorie II. Ordnung aufzunehmen (vgl. auch Bilder 5 und 7 in [2]).

Mithilfe der bezogenen Ausmitten gem. Bild 37 kann eine erste Dimensionierung der Knotenbleche erfolgen. Bei elastischer Querschnittsausnutzung und einer bezogenen Ausmitte von z. B.  $0,50$  sind die Knotenbleche gegenüber einer rein mittigen Einwirkung nur noch zu  $25\%$  bean-



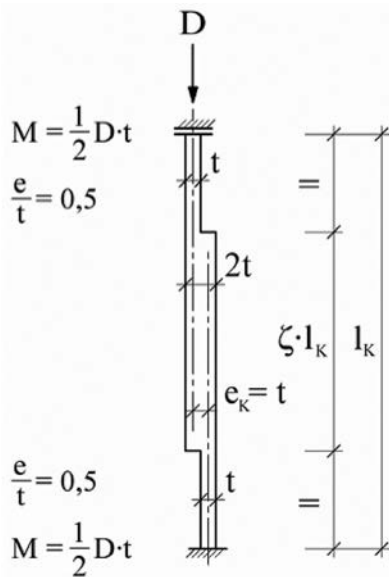


Bild 38. Verschiebliches Vergleichssystem  
Fig. 38. Relocatable simile system

spruchbar (vgl. Gl. (20a)). Bei plastischer Querschnittsausnutzung mit linearer Interaktion (vgl. Gl. (20c)) beträgt hier die Beanspruchbarkeit 33 %, wobei dann aber größere als in Bild 37 berücksichtigte Imperfektionen anzusetzen wären (Tabelle NA.1 [10]).

Die Tragfähigkeitseinschränkungen, die durch die Biegemomente infolge planmäßiger Exzentrizitäten und Imperfektionen entstehen, haben auch beim gespreizten Knotenblehanschluss einen wesentlichen Einfluss auf die erforderlichen Bauteilabmessungen der Knotenbleche. Dies trifft insbesondere für Überlappungen mit  $\zeta > 0,80$  zu. Bei diesen Knotenblehanschlüssen steigt die Steifigkeit mit größer werdender Überlappung deutlich an (vgl. RB EF VI in Bild 18c), sodass die Stabilitätsgefahr immer mehr abnimmt. Gleichzeitig steigt in diesen Fällen die Biegebeanspruchung an (vgl. Bild 37) und wird dadurch noch relevanter bei der Bemessung.

## 9 Zusammenfassung

Die in den Abschnitten 4 bis 7 angegebenen (Näherungs-) Gleichungen zur Ermittlung der Verzweigungslasten und der maßgebenden Schnittgrößen wurden durch zahlreiche Vergleichsberechnungen mittels Stabwerksprogrammen ([5] und [18]) überprüft. Als Basis dienten die Imperfektionsansätze gem. Abschnitt 4.3.4 und die Voraussetzungen gem. Abschnitt 3 sowie die jeweils bei den entsprechenden Ausführungsvarianten angegebenen Randbedingungen bzw. Anwendungsgrenzen [20]. Der Vergleich der bemessungsrelevanten Ergebnisse zeigte eine sehr gute Übereinstimmung.

Die umfangreichen Gleichungen, insbesondere beim Fachwerkstab mit gespreizten exzentrischen Anschlüssen, lassen sich z. B. durch Einschränkungen bei den Eingangsparametern, Vernachlässigung untergeordneter Terme, Eingrenzung der untersuchten Stellen sowie Ansatz von weiteren Näherungen noch deutlich vereinfachen. Dies ist jedoch nicht Ziel dieses Beitrages.

Der Einfluss von reduzierten Steifigkeiten im Bereich der Knotenblehanschlüsse auf die Verzweigungslast und somit auch auf den Stabilitätsnachweis kann leicht an-

hand der Bilder 9a, 10a oder 12 festgestellt werden [20]. Hierzu ist das der jeweiligen Ausbildung des Knotenblehanschlusses zugehörige (Ersatz-) Flächenträgheitsmoment  $I_K$  zu ermitteln und zugrunde zu legen. Bei gespreizten Anschlüssen ist die Dehnsteifigkeit und Anordnung der Knotenbleche unbedingt zu beachten. Eine einfache Stabilitätsbetrachtung am herausgelösten lokalen Ersatzknickstabmodell, insbesondere beim gespreizten Knotenblehanschluss, ist hierfür nicht geeignet.

Die Blechbiegemomente, die durch die planmäßigen konstruktionsbedingten Exzentrizitäten entstehen, sind beim einfachen Knotenblehanschluss (Bild 2b) die dominierende Bemessungsgröße bezüglich der erforderlichen Blechabmessungen (vgl. Abschnitt 5.3 und 5.4) [20]. Ein vergleichbares ungünstiges Verhalten zeigt der gespreizte Anschluss mit gleichgerichteter Blechanordnung (Bild 2f). Beim gespreizten Anschluss mit symmetrischer Blechanordnung (Bilder 2d und 2e) stellen sich aufgrund der gegenseitigen Abstützung der Knotenblechpaare wesentlich kleinere Biegemomente ein [20]. In Verbindung mit den auf das verschiebbliche System anzusetzenden Ersatzimperfektionen ergeben sich jedoch auch hier nach Theorie I. Ordnung im imperfekten Zustand entsprechend große Biegebeanspruchungen (vgl. Abschnitt 8.3). Diese können für die Dimensionierung der Bleche bereits maßgebend sein, auch wenn bei einer nachfolgenden Stabilitätsuntersuchung die rein aus der Exzentrizität resultierenden Biegemomente nur noch eine untergeordnete Rolle spielen sollten.

Höhere Traglasten sind erzielbar, wenn die vorliegenden strukturellen Imperfektionen (Einfluss aus Eigenspannungen) unter den in Abschnitt 4.3, Gln. (14) [20] hierfür angesetzten Anteilen liegen und entsprechend innerhalb des Stabilitätsnachweises berücksichtigt werden. Weitere nennenswerte Laststeigerungen, z. B. durch Anwendung der Fließgelenktheorie II. Ordnung, sind nicht zu erwarten. Dies trifft insbesondere bei schlanken Knotenblehanschlüssen und bei Einwirkungen mit großem Schwellbereich oder Wechselbeanspruchung zu.

Wesentliches Ergebnis ist, dass die antimetrische Biegeknickfigur (Eigenform) beim Stabilitätsnachweis für auf Druck beanspruchte Fachwerkstäbe mit gelenkiger Lagerung ohne Bedeutung bleibt. Sie ist nur dann zu beachten, wenn Einspannungen an den Lagerpunkten rechnerisch berücksichtigt werden und gleichzeitig Querschnittschwächungen innerhalb des Fachwerkstabes vorliegen.

## Literatur

- [1] Schmidt, H., Fastabend, M., Swadlo, P., Lommen, H.-G.: Ein ungewöhnliches Stabilitätsproblem verursacht Schadensfall. Stahlbau 77 (2008), H. 12, S. 862–869.
- [2] Zuschrift zu: Schmidt, H., Fastabend, M., Swadlo, P., Lommen, H.-G.: Ein ungewöhnliches Stabilitätsproblem verursacht Schadensfall. Stahlbau 78 (2009), H. 12, S. 959–965.
- [3] Petersen, C.: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen. 2., durchges. Aufl., Braunschweig/Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn 1982.
- [4] Petersen, C.: Stahlbau – Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten. Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn 1988.
- [5] RSTAB – Version 7, Raumstabprogramm, Handbuch. Tiefenbach: Ing.-Software Dlubal GmbH 2011.

- [6] *Kraus, M., Niebuhr, J.*: Hangar für drei Großraumflugzeuge. Stahlbau 79 (2010), H. 1, S. 1–10.
- [7] *Unterweger, H., Ofner, R.*: Traglast von Verbandsstäben aus Hohlprofilen mit quasi-zentrischem Knotenblechanschluss. Stahlbau 78 (2009), H. 6, S. 425–436.
- [8] *Unterweger, H., Taras, A.*: Hohlprofile mit beidseits zentrisch eingeschlitzten Knotenblechen – Druckverhalten und Bemessungsvorschlag. Stahlbau 80 (2011), H. 11, S. 839–851.
- [9] DIN EN 1993-1-1, Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1993-1-1:2005 + AC:2009.
- [10] DIN EN 1993-1-1/NA: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1993-1-1:2010-12.
- [11] DIN EN 1090-2: Ausführung von Stahltragwerken und Aluminiumtragwerken – Teil 2: Technische Regeln für die Ausführung von Stahltragwerken; Deutsche Fassung EN 1090-2:2008.
- [12] DIN EN ISO 13920: Schweißen – Allgemeintoleranzen für Schweißkonstruktionen – Längen- und Winkelmaße, Form und Lage; Deutsche Fassung EN ISO 13920:1996.
- [13] DIN 18800-2:2008-11: Stahlbauten – Teil 2: Stabilitätsfälle – Knicken von Stäben und Stabwerken.
- [14] *Sedlacek, G., Eisel, H., Hensen, W., Kühn, B., Paschen, M.*: Leitfaden zum DIN Fachbericht 103, Stahlbrücken. Berlin: Ernst & Sohn 2003.
- [15] *Naumes, J.*: Biegeknicken und Biegedrillknicken von Stäben und Stabsystemen auf einheitlicher Grundlage. Dissertation, Institut für Stahlbau und Leichtmetallbau, RWTH Aachen, 2009.
- [16] *Kuhlmann, U., Froschmeier, B., Euler, M.*: Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für den Hochbau – Erläuterung zur Struktur und Anwendung von DIN EN 1993-1-1. Stahlbau 79 (2010), H. 11, S. 779–792.
- [17] *Stroetmann, R., Lindner, J.*: Knicknachweise nach DIN EN 1993-1-1. Stahlbau 79 (2010), H. 11, S. 793–808.
- [18] ESK 1 – Ebenes Stabwerk – Version 01/12, Handbuch, Friedrich + Lochner GmbH, Stuttgart.
- [19] Knicklängen-Berechnung – Ing+ 2011, Handbuch, mb AEC Software GmbH, Kaiserslautern.
- [20] *Dietz, H., Wörner, M.*: Druckbeanspruchte Fachwerkstäbe mit exzentrischen Knotenblechanschlüssen – Teil 1. Stahlbau 81 (2012), H. 8, S. 643–664.

**Autoren dieses Beitrages:**

Dipl.-Ing. Horst Dietz, horst.dietz@ingbuero-dietz.de,  
 Dipl.-Ing. Markus Wörner, markus.woerner@ingbuero-dietz.de,  
 Ingenieurbüro H. Dietz,  
 Donaustraße 7, 63452 Hanau





# Ingenieurbüro H. Dietz

**Tragwerksplanung · Anlagenbau  
Ingenieurbauwerke · Prüfung**

Donaustraße 7 · 63452 Hanau

Postfach 1355 · 63403 Hanau

Telefon 0 61 81/3 04 92-0

Fax 0 61 81/3 04 92-10

[mail@ingbuero-dietz.de](mailto:mail@ingbuero-dietz.de)

[www.ingbuero-dietz.de](http://www.ingbuero-dietz.de)